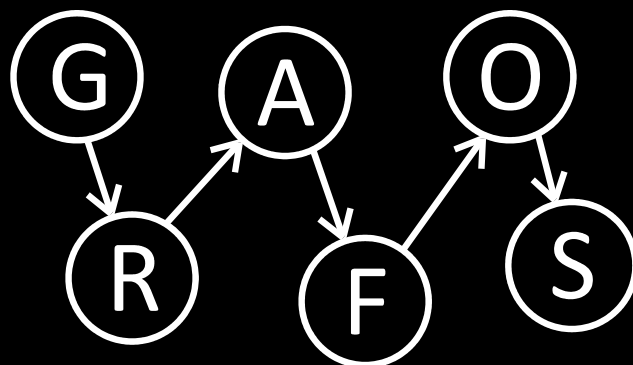




Christian Puhlmann Brackmann

Disciplina de Estrutura de Dados / Prof. Paulo Roberto Gomes Luzzardi

Introdução

GRAFOS

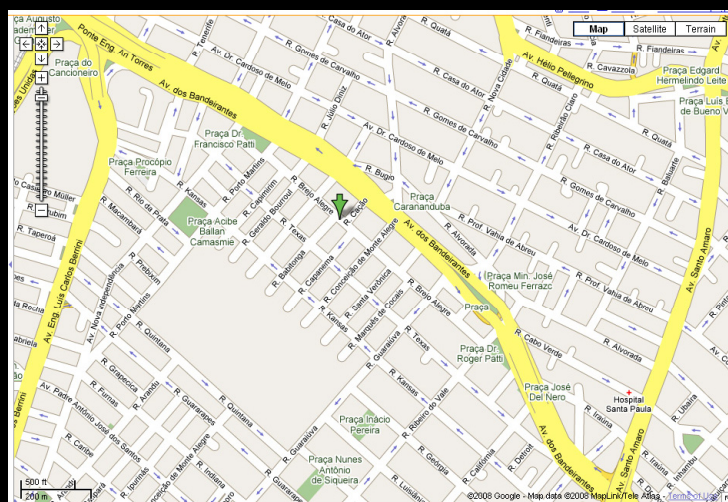
Pra que estudar?

(Motivações)

Introdução

Google Maps

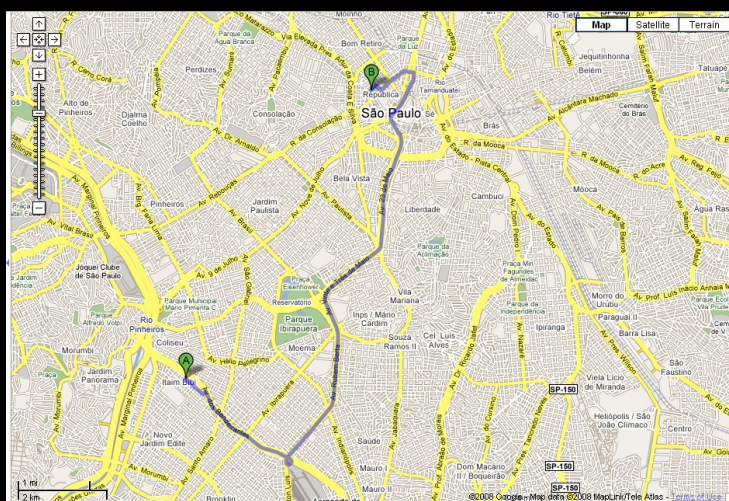
GRAFOS



Introdução

Google Maps

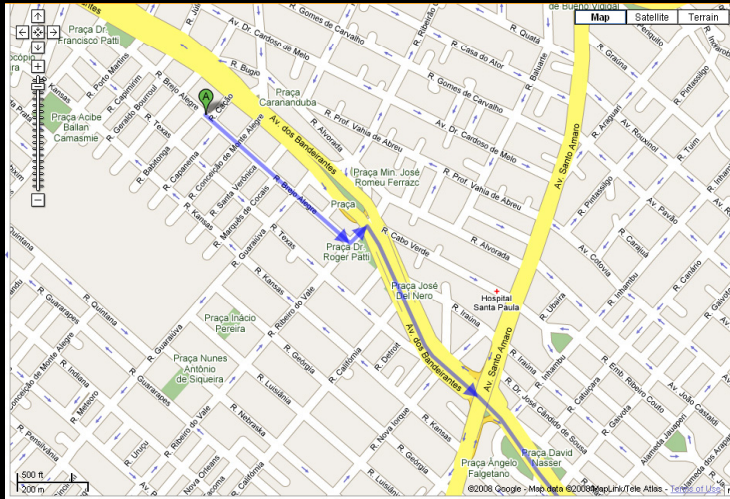
GRAFOS



Introdução

Google Maps

GRAFOS



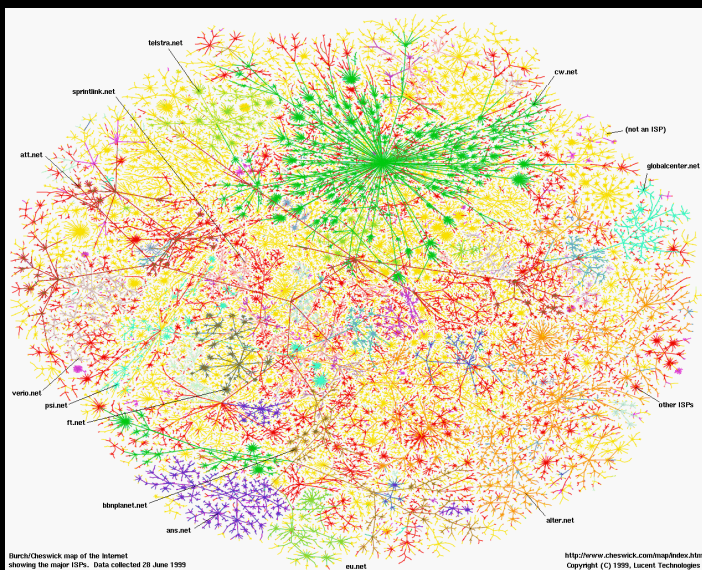
Drive 14.7 km – about 20 mins

1. Head southeast on R. Brejo Alegre toward R. Cação 0.5 km
2. Turn left at R. Ribeiro do Vale 68 m
3. Turn right at Av. dos Bandeirantes-pista Central 0.6 km
4. Continue on Av. dos Bandeirantes 2.0 km
5. Take the exit toward Viaduto João Julião da Costa Aguiar 0.3 km
6. Turn right at Viaduto João Julião da Costa Aguiar 0.3 km
7. Slight right at Av. Moreira Guimarães 1.2 km
8. Continue on Av. Rubem Berta 1.9 km
9. Continue on Av. Vinte e Três de Maio 5.7 km
10. Continue on Av. Nove de Julho 0.5 km
11. Continue on Av. Prestes Maia 0.3 km
12. Take the ramp to Av. Sen. Queirós 0.2 km
13. Turn left at Av. Sen. Queirós 0.3 km
14. Slight right at Av. Ipiranga 0.6 km
15. Turn right at R. Joaquim Gustavo 0.2 km
16. Turn left at Praça da República 0.1 km

To: Praça da República **Edit**

Introdução

GRAFOS



Internet Mapping Project

Introdução

GRAFOS

Grafo	Vértice	Aresta
Comunicação	Centrais telefônicas, Computadores, Satélites	Cabos, Fibra óptica, Enlaces de microondas
Circuitos	Portas lógicas, registradores, processadores	Filamentos
Hidráulico	Reservatórios, estações de bombeamento	Tubulações
Financeiro	Ações, moeda	Transações
Transporte	Cidades, Aeroportos	Rodovias, Vias aéreas
Escalonamento	Tarefas	Restrições de precedência
Arquitetura funcional de um software	Módulos	Interações entre os módulos
Internet	Páginas Web	<i>Links</i>
Jogos de tabuleiro	Posições no tabuleiro	Movimentos permitidos
Relações sociais	Pessoas, Atores	Amizades, Trabalho conjunto em filmes

Introdução

GRAFOS

Motivados?

Parte 1

GRAFOS

Conceitos

O que é um Grafo?

GRAFOS

Um grafo é um conjunto de pontos (vértices, nodos ou nós) conectados por linhas ou arestas.

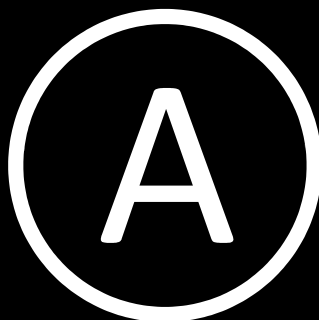
Forma de representação:

$$G(V, A)$$

V=Vértices / A=Arestas

“Hello World”

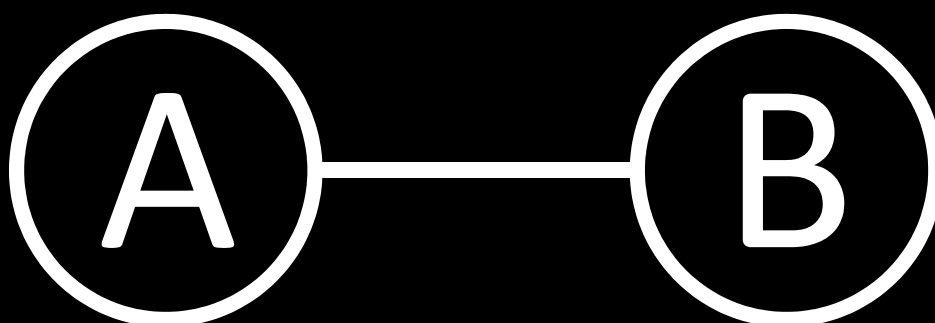
GRAFOS



Um grafo com um único vértice e sem arestas é conhecido como o **grafo trivial**.

“Hello World”

GRAFOS



2 vértices e 1 aresta

“Hello World”

GRAFOS



2 vértices e 1 aresta

 $G(2, 1)$

Linhas vs. Arcos

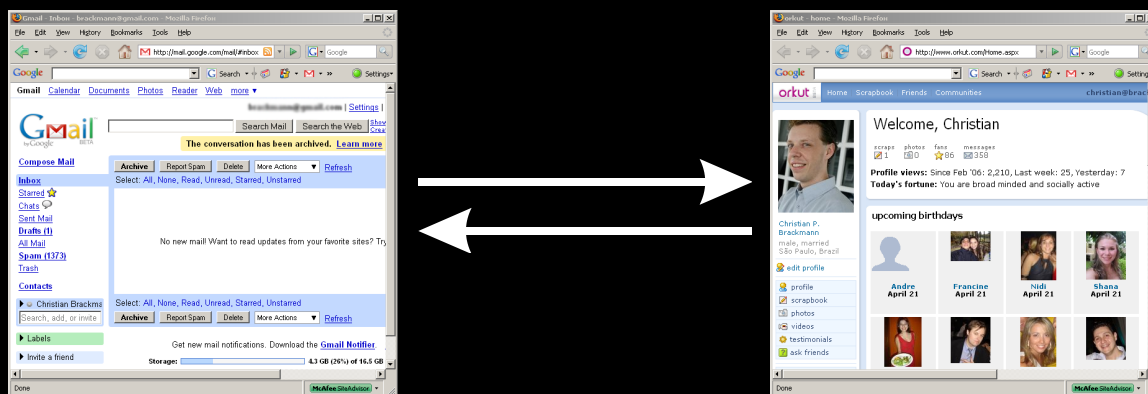
GRAFOS



Quando há **orientação**, o grafo
É chamado de **dirigido**,
dígrafo ou **orientado**

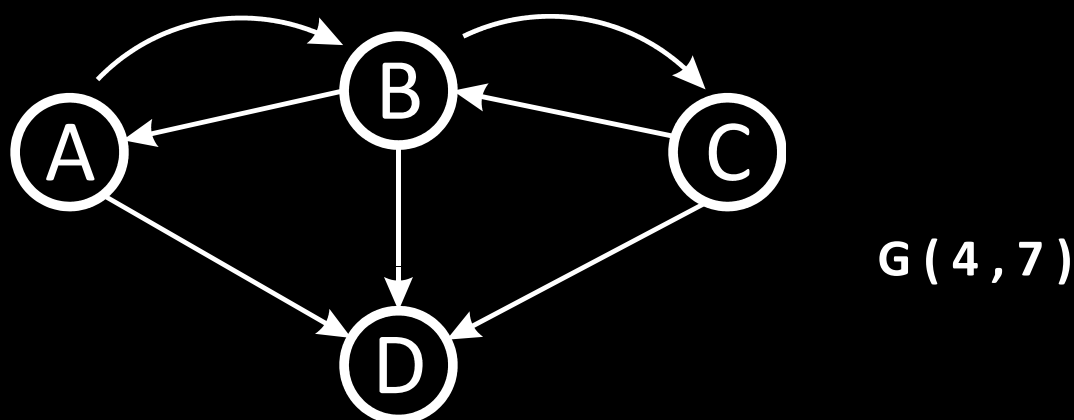
Analogia

GRAFOS



Teste

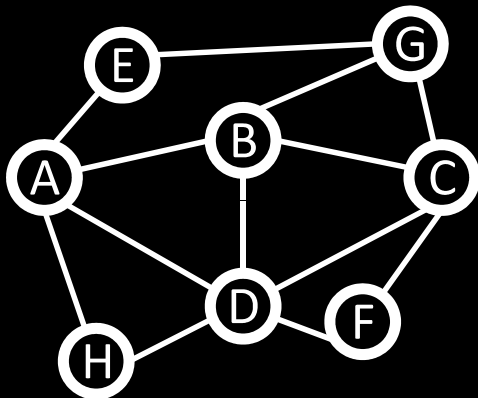
GRAFOS



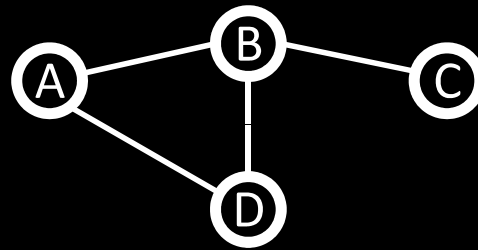
Cardinalidade

GRAFOS

Alta Cardinalidade



Baixa Cardinalidade



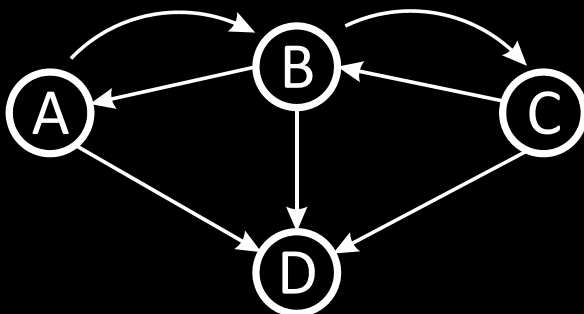
Ordem e Dimensão

GRAFOS

 $G(V, A)$

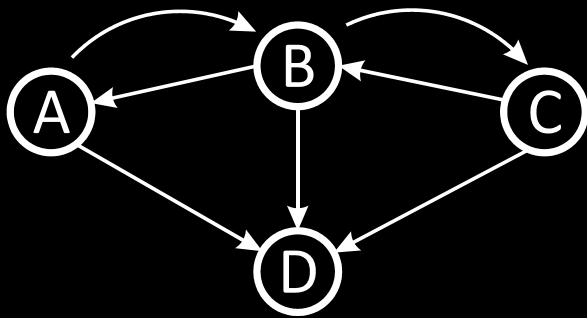
Ordem = # de Vértices (V)

Dimensão = # de Arestas (A)



Ordem e Dimensão

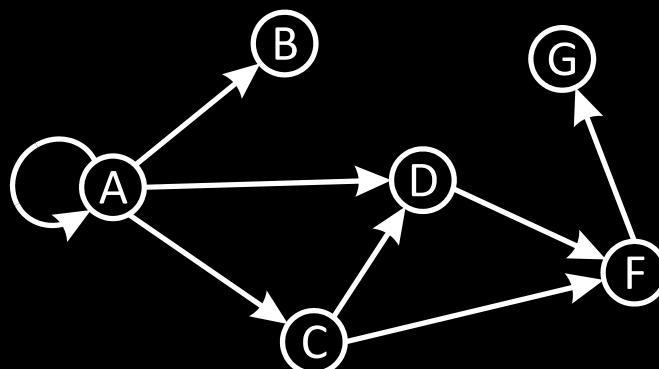
GRAFOS



Ordem = 4
Dimensão = 7

Conjunto do Grafo

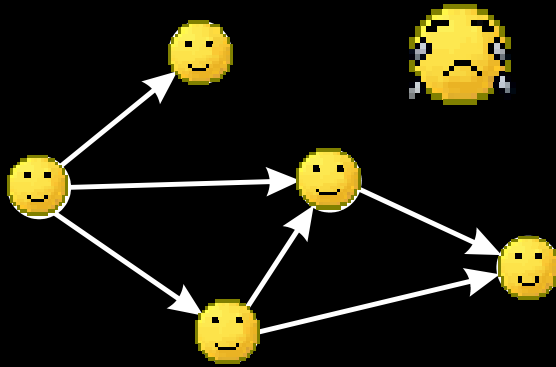
GRAFOS



{ <A,A>, <A,B>, <A,C>, <A,D>, <C,D>, <C,F>, <F,G>, <D,F> }

Isolado e Vazio

GRAFOS

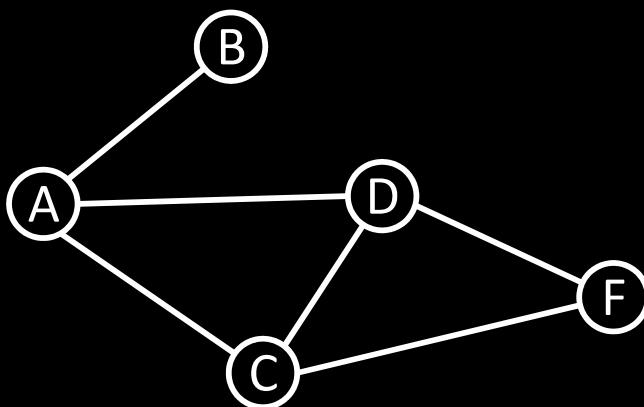


Vértice sem aresta: **Isolado**

Sem nenhum vértice: **Vazio**
Hello World?

Passeio e Caminho

GRAFOS



Passeio:

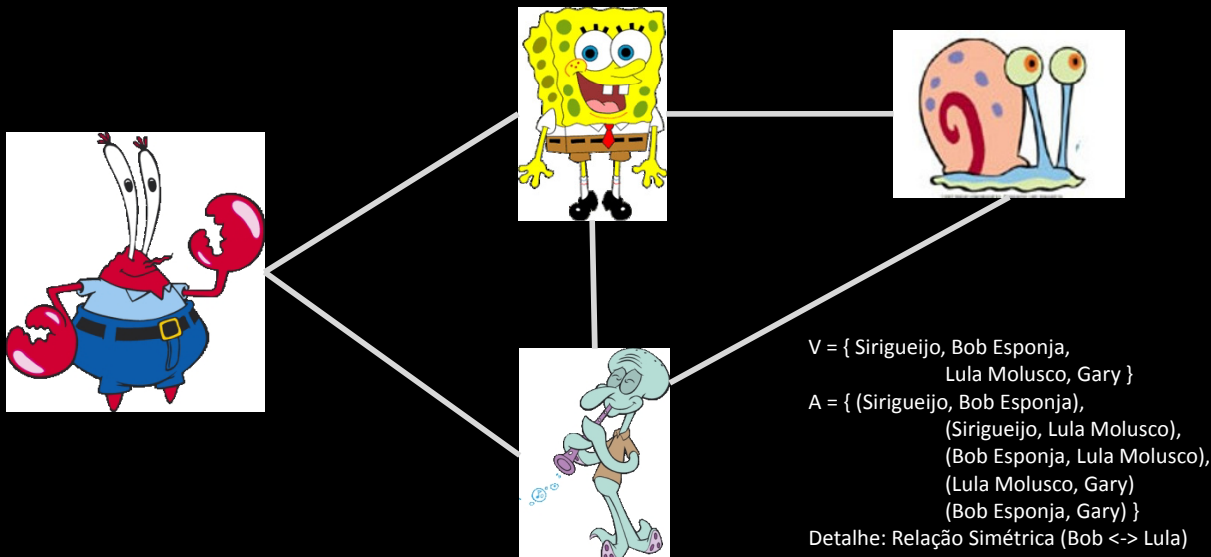
Um passeio em um grafo é uma seqüência de vértices em que cada vértice é adjacente ao anterior. Mais exatamente, um passeio é uma seqüência.
(B, A, C, D, F, C, A, B)

Caminho:

Um passeio sem vértices repetidos será chamado caminho. A dimensão do caminho é chamado de comprimento.
(B, A, C, D, F) – Comprimento: 5

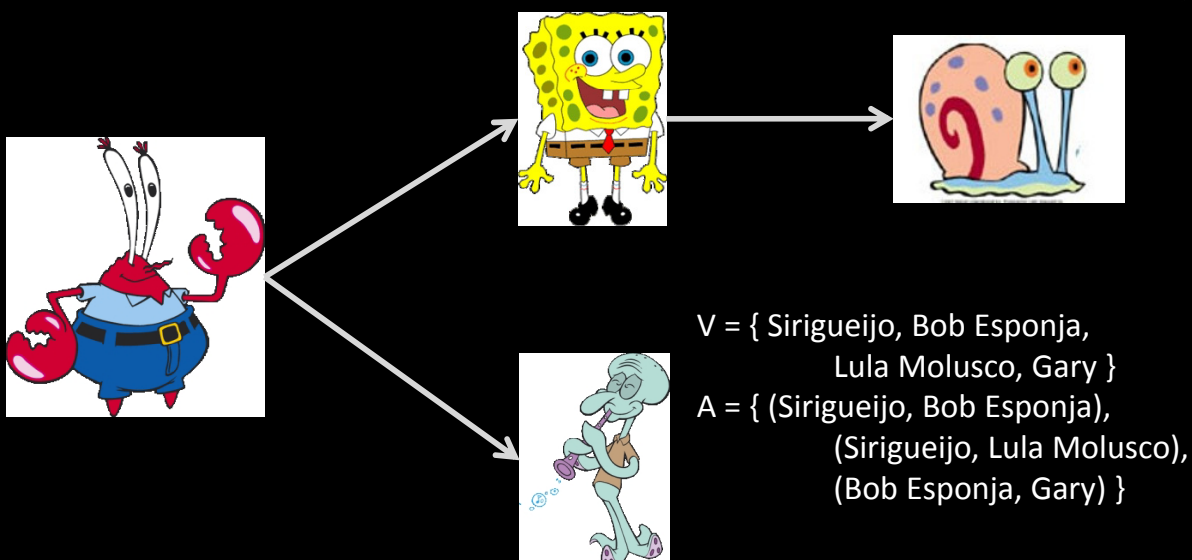
Relação de Amizade (Não-Orientado ou Não-Dirigido)

GRAFOS



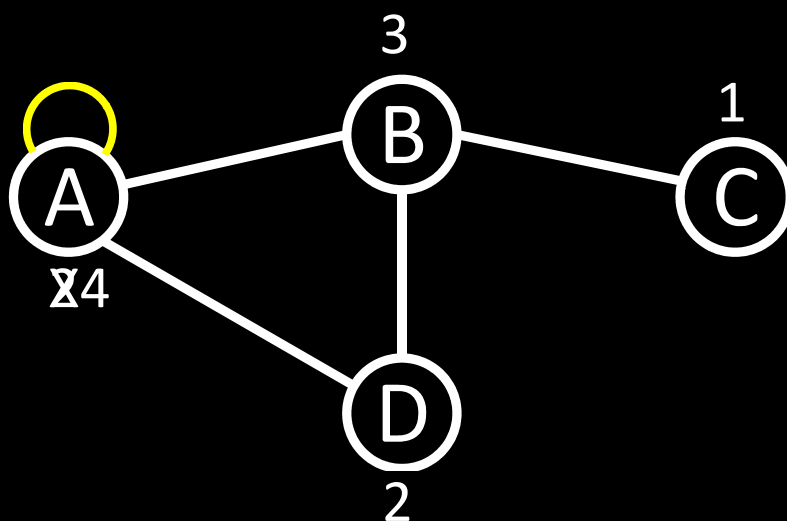
Relação de Subordinação (Orientado ou Dirigido)

GRAFOS



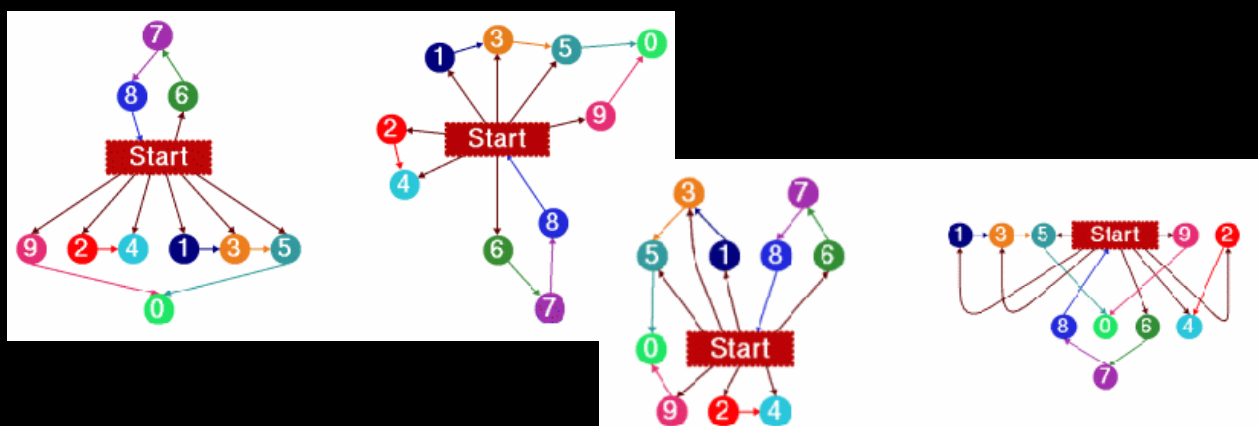
Grau de um Grafo

GRAFOS



Curiosidade: Representações Alternativas

GRAFOS



Revisão: Conceitos Iniciais

GRAFOS

- O que é um grafo
- Onde usamos grafos
- O grafo mais simples
- Vértices e Arestas
- Representação
- Orientação
- Cardinalidade
- Ordem e Dimensão
- Representação do Conjunto
- Isolado e Vazio
- Passeio e Caminho
- Relações
- Grau
- Alternativas de Representação

Parte 2

GRAFOS

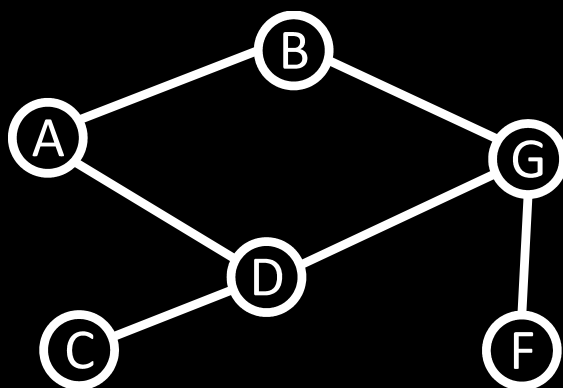
Tipos de Grafos

Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

Simples

Não há laços ou
arestas paralelas

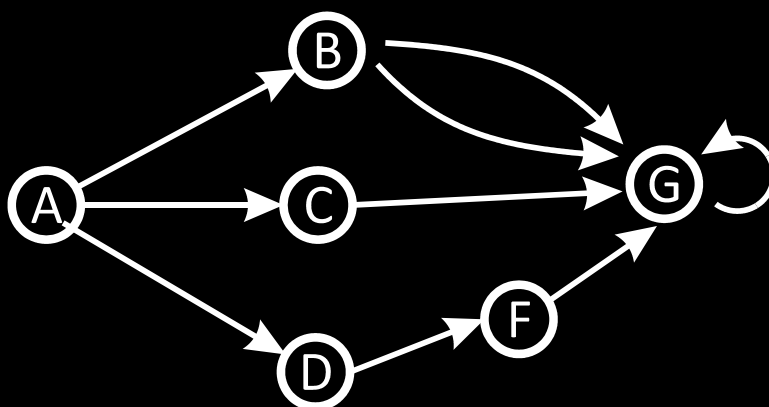


Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

Dirigido

Há orientação

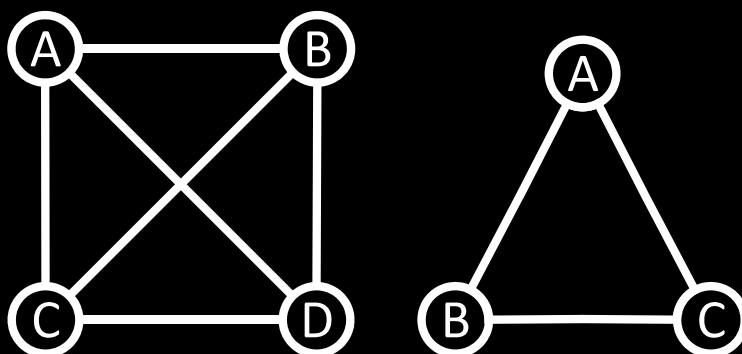


Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

Completo

Vértices com mesmo grau

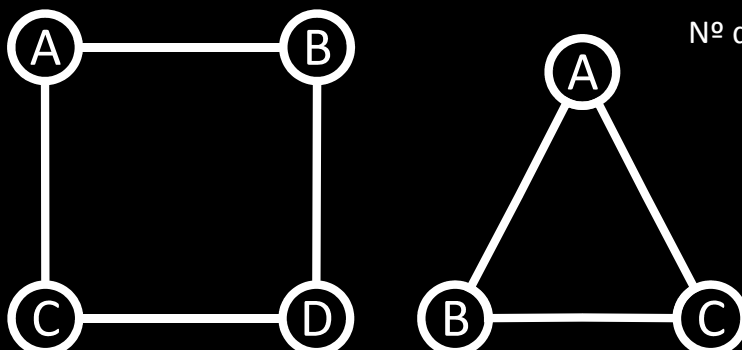


Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

Ciclo

Nº de vértices = Nº de arestas

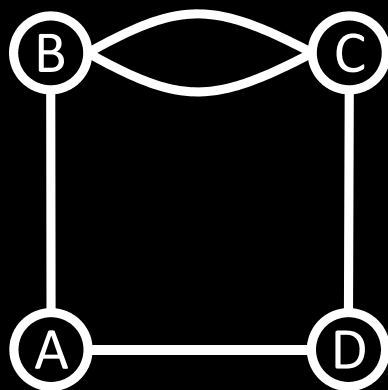


Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

Multigrafo

Não possui laços

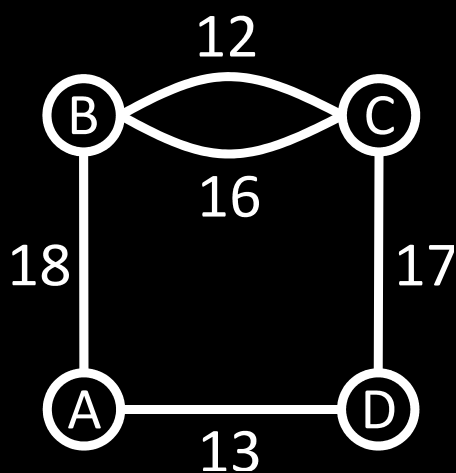


Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

Valorado

Há pesos

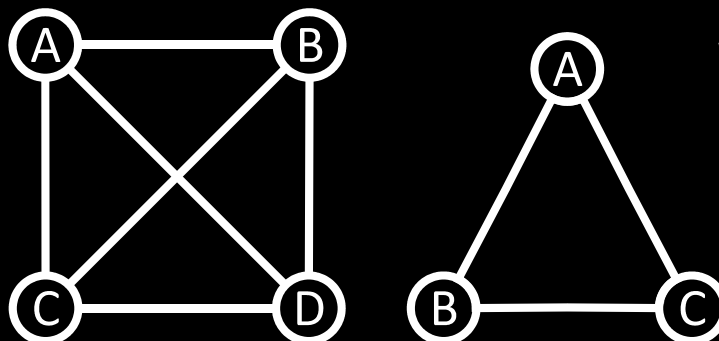


Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

Regular

Vértices com mesmo grau

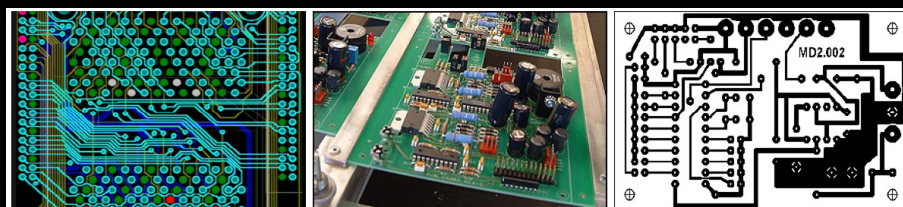
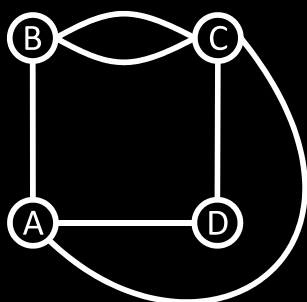


Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS

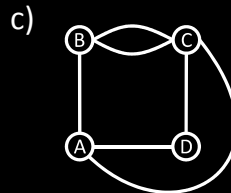
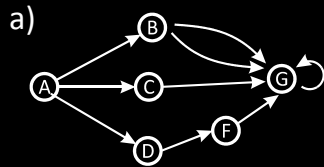
Planar/Imersível

Arestas não se cruzam



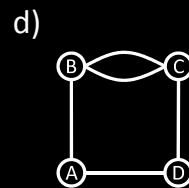
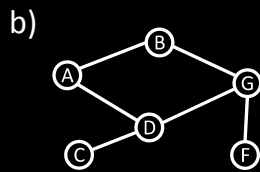
Parte 2 – Tipos de Grafos

GRAFOS



(b) Simples

(d) Multigrafo



(c) Planar

(a) Dirigido

Revisão: Tipos de Grafos

GRAFOS

- Simples
- Dirigido
- Completo
- Ciclo
- Multigrafo
- Valorado
- Planar
- Imersível
- Regular

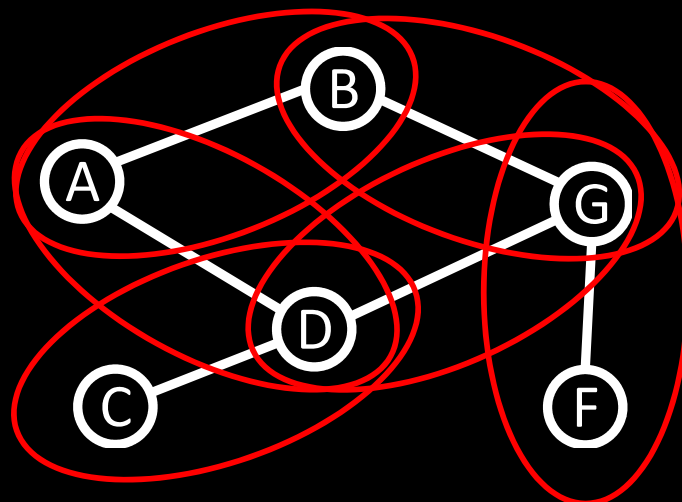
Parte 4

GRAFOS

Lista e Matrizes de Adjacência

Parte 4 - Lista e Matrizes de Adjacências

GRAFOS



Parte 4 - Lista e Matrizes de Adjacências

GRAFOS

Lista de Grafo não dirigido

Adjacente [A] = [B, D]

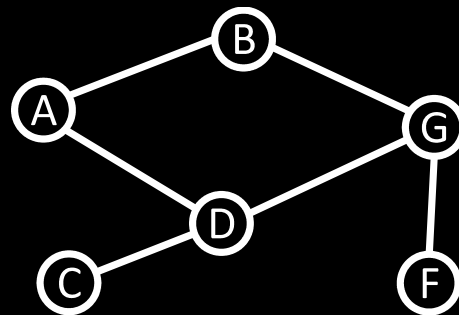
Adjacente [B] = [A, G]

Adjacente [C] = [D]

Adjacente [D] = [A, G, C]

Adjacente [F] = [G]

Adjacente [G] = [F, D, B]



Parte 4 - Lista e Matrizes de Adjacências

GRAFOS

Lista de Grafo dirigido

Adjacente [A] = [B, C, D]

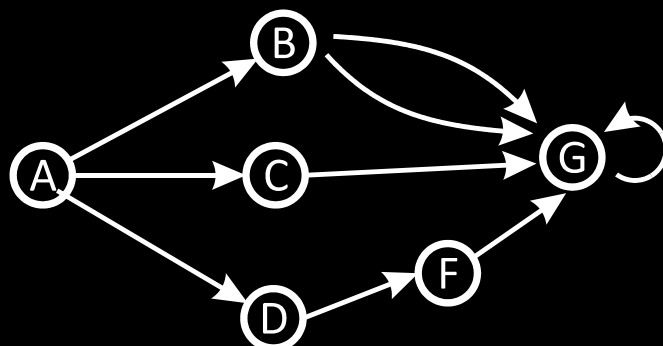
Adjacente [B] = [G, G]

Adjacente [C] = [G]

Adjacente [D] = [F]

Adjacente [F] = [G]

Adjacente [G] = [G]



Parte 4 - Lista e Matrizes de Adjacências

GRAFOS

Matriz de grafo não dirigido

Adjacente [A] = [B, C]

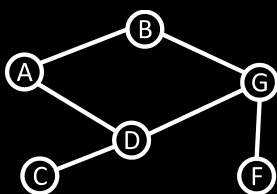
Adjacente [B] = [A, G]

Adjacente [C] = [D]

Adjacente [D] = [A, G, C]

Adjacente [F] = [G]

Adjacente [G] = [F, D, B]



	A	B	C	D	F	G
A	0	1	0	1	0	0
B	1	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0	0
D	1	0	1	0	0	1
F	0	0	0	0	0	1
G	0	1	0	1	0	0

Parte 4 - Lista e Matrizes de Adjacências

GRAFOS

Matriz de grafo dirigido

Adjacente [A] = [B, C, D]

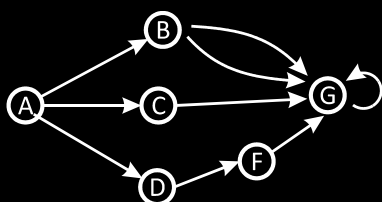
Adjacente [B] = [G, G]

Adjacente [C] = [G]

Adjacente [D] = [F]

Adjacente [F] = [G]

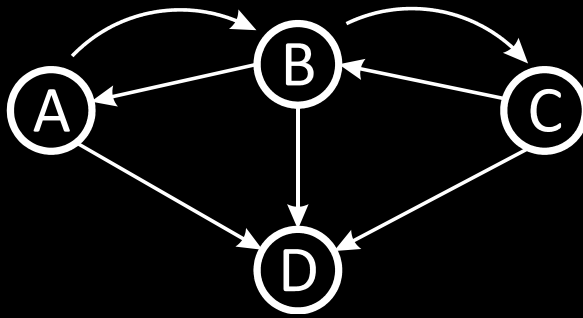
Adjacente [G] = [G]



	A	B	C	D	F	G
A	0	1	1	1	0	0
B	0	0	0	0	0	2
C	0	0	0	0	0	1
D	0	0	0	0	1	0
F	0	0	0	0	0	1
G	0	0	0	0	0	1

Parte 4 - Lista e Matrizes de Adjacências

GRAFOS



	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	1	0	1	1
C	0	1	0	1
D	0	0	0	0

Revisão: Lista e Matrizes de Adjacências

GRAFOS

- Lista de Grafos Dirigidos
- Lista de Grafos Não-Dirigidos
- Matriz de Grafos Dirigidos
- Matriz de Grafos Não-Dirigidos

Parte 5

GRAFOS

Percurso em Amplitude e Percurso de Profundidade

Parte 5 - Percursos

GRAFOS

Percurso em Amplitude

- a) Seleciona-se um vértice para iniciar o encaminhamento;
- b) Visitam-se os vértices adjacentes, marcando-os como visitados;
- c) Coloca-se cada vértice adjacente numa **fila**;
- d) Após visitar os vértices adjacentes, o primeiro da fila torna-se o novo vértice inicial. Reinicia-se o processo.
- e) O encaminhamento termina quando todos os vértices tiverem sido visitados ou o vértice procurado for encontrado.

Parte 5 - Percursos

GRAFOS

Percurso em Profundidade

- a) Seleciona-se um vértice para iniciar o percurso;
- b) Visita-se um primeiro vértice adjacente, marcando-o como visitado;
- c) Coloca-se o vértice adjacente visitado numa **pilha**;
- d) O vértice visitado torna-se o novo vértice inicial;
- e) Repete-se o processo até que o vértice procurado seja encontrado ou não haja mais vértices adjacentes. Se verdadeiro, desempilha-se o topo e procura-se o próximo adjacente, repetindo o algoritmo;
- f) O processo termina quando o vértice procurado for encontrado ou quando a pilha estiver vazia e todos os vértices tiverem sido visitados.

Parte 5 - Percursos

GRAFOS

Amplitude
Fila

Profundidade
Pilha

Parte 5 - Percursos

GRAFOS

Algoritmo A* (Distâncias estimadas entre cidades)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1		386,9	286,2	225,3	540,6	243,8	397,5	514,1	424	148,4	188,2	352,5	100,7	291,5	185,5	132,5	90,1	437,3	469,1	47,7
2	386,9		169,6	265	132,5	169,6	68,9	150	214,7	267,7	259,7	259,7	402,8	99,11	206,7	257,1	352,5	67,84	177,6	396,4
3	286,2	169,6		98,05	344,5	188,2	137,8	318	344,5	140,5	109,2	324,9	342,4	116,6	111,3	190,8	222,6	238,5	332,3	312,7
4	225,3	265	98,05		442,6	227,9	235,9	413,4	410,8	87,45	45,05	376,3	303,2	188,2	143,1	181,3	145,8	328,6	413,4	265
5	540,6	132,5	344,5	442,6		331,3	212	68,9	254,4	450,5	439,9	318	568,7	280,9	386,9	434,6	535,3	132,5	174,9	569,8
6	243,8	169,6	188,2	227,9	331,3		212	275,6	193,5	174,9	196,1	145,8	238,5	92,75	92,75	111,3	241,2	198,8	225,3	238,5
7	397,5	68,9	137,8	235,9	212	212		196,1	283,6	262,4	241,2	296,8	429,3	121,9	220	275,6	320,7	169,6	243,8	413,4
8	514,1	150	318	413,4	68,9	275,6	196,1		185,5	410,8	408,1	249,1	508,8	235,9	339,2	381,6	492,9	58,3	107,1	514,1
9	424	214,7	344,5	410,8	254,4	193,5	283,6	185,5		371	385,8	82,15	386,9	227,9	288,9	299,5	434,6	173,3	79,5	405,5
10	148,4	267,7	140,5	87,45	450,5	174,9	262,4	410,8	371		42,4	320,7	217,3	174,9	82,15	98,05	84,8	326	389,6	180,2
11	188,2	259,7	109,2	45,05	439,9	196,1	241,2	408,1	385,8	42,4		344,5	259,7	172,3	106	137,8	114	320,7	397,5	222,6
12	352,5	259,7	324,9	376,3	318	145,8	296,8	249,1	82,15	320,7	344,5		307,4	212	238,5	237,4	373,7	214,7	152,6	331,3
13	1007	402,8	342,4	303,2	568,7	238,5	429,3	508,8	386,9	217,3	259,7	307,4		307,4	212	151,1	182,9	437,3	442,6	50,35
14	291,5	99,11	116,6	188,2	280,9	92,75	121,9	235,9	227,9	174,9	172,3	212	307,4		106	159	257,1	151,1	225,3	297,9
15	185,5	206,7	111,3	143,1	386,9	92,75	220	339,2	288,9	82,15	106	238,5	212	106		58,3	153,7	258,6	307,4	190,8
16	132,5	257,1	190,8	181,3	434,6	111,3	275,6	381,6	299,5	98,05	137,8	237,4	151,1	159	58,3		137,8	302,1	333,9	111,3
17	90,1	352,5	222,6	145,8	535,3	241,2	320,7	492,9	434,6	84,8	114	373,7	182,9	257,1	153,7	137,8		408,1	461,1	135,2
18	437,3	67,84	238,5	328,6	132,5	198,8	169,6	58,3	173,3	326	320,7	214,7	437,3	151,1	258,6	302,1	408,1		119,3	434,6
19	469,1	177,6	332,3	413,4	174,9	225,3	243,8	107,1	79,5	389,6	397,5	152,6	442,6	225,3	307,4	333,9	461,1	119,3		455,8
20	47,7	396,4	312,7	265	569,8	238,5	413,4	514,1	405,5	180,2	222,6	331,3	50,35	297,9	190,8	111,3	135,2	434,6	455,8	

Parte 5 - Percursos

GRAFOS

Algoritmo A* (estradas)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																140	118			75
2						211	90							101				85		
3				120										138	148					
4			120									75								
5								86												
6		211														99				
7		90																		
8					86													98		
9												87							92	
10											70						111			
11				75						70										
12									87											
13																151				71
14			101	138											97					
15				148												80				
16	140					99							151		80					
17	118									111										
18		85						98											142	
19									92									142		
20	75												71							

Parte 5 - Percursos

GRAFOS

Algoritmo A* **LIVE!**

<http://www.brackmann.com.br/estrela>

Selecionar: 17 -> 7

16	
$0 + 257 = 257$	
16	1
$140 + 387 = 527$	
16	6
$99 + 170 = 269$	
16	13
$151 + 403 = 554$	
16	15
$80 + 207 = 287$	
16	6 2
$310 + 0 = 310$	

Revisão: Percursos

GRAFOS

- Percurso em Amplitude
- Percurso em Profundidade
- Algoritmo A
- Algoritmo Estrela (*)
- Algoritmo A*
- Algoritmo A* Live

Bibliografia

GRAFOS

Internet Mapping Project

<http://www.cheswick.com/ches/map/gallery/index.html>

Loureiro, A. A. F. <http://homepages.dcc.ufmg.br/~loureiro/>

Luzzardi, P. R. G. Estrutura de Dados em C, 2007

http://infovis.ucpel.tche.br/luzzardi/Dados_C.pdf

Cormen, T. H. et. al. Algoritmos: Teoria e Prática. Editora Campus, 2002