

Aula 9

Conteúdo: Simplificação de frações

Objetivo: Compreender frações equivalentes e simplificar frações.

Nessa aula explicaremos como encontrar frações equivalentes, simplificando a fração inicial até não ser mais possível, até obter a Fração Irredutível.

9.1 Tarefa 1: Dividindo os bolos em quantidades de pedaços diferentes

Os alunos dos grupos 1 e 2 já dividiram os bolos de maneiras diferentes. Desta vez o grupo 1 dividiu o bolo em 32 pedaços e o grupo 2 em 16 pedaços. A forma utilizada pelos grupos para produzir o bolo possui as mesmas dimensões, porém o grupo 1 fez um bolo de chocolate e o grupo 2 um bolo de cenoura. Durante o período do intervalo a procura pelo bolo de chocolate foi maior, foram vendidos 30 pedaços, enquanto que do bolo de cenoura foram vendidos 14 pedaços. Após o recreio os grupos se reuniram e perceberam que um bolo havia sobrado uma quantidade maior que o outro, qual dos bolos sobrou uma quantidade maior?



Sugestão de questionamentos:

- O bolo de ambos os grupos tem o mesmo tamanho, mas os seus respectivos pedaços também são de mesmo tamanho?
- Qual grupo tem o pedaço de bolo maior?
- Podemos representar as possíveis compras dos bolos por meio de fração?
- Como podemos obter frações equivalentes?

Como temos o bolo do grupo 1 cortado em 32 pedaços e o bolo do grupo 2 cortado em 16 pedaços e ainda sabemos que o bolo de ambos os grupos tem o mesmo tamanho, podemos perceber que bolos de mesmo tamanho podem ser divididos em quantidades diferentes de pedaços. Conseqüentemente o tamanho dos pedaços também é diferente.

Para verificarmos qual grupo tem a maior quantidade de bolo vendido precisamos pensar na divisão dos bolos dos dois grupos no mesmo número de pedaços. Olhando as frações percebe-se que o grupo 1 vendeu mais pedaços, porém como foi dividido também em mais pedaços, eles são menores que o do grupo 2, tornando a comparação difícil de ser feita. Vamos representar as quantidades vendidas pelos grupos:

$$\text{Bolo do grupo 1: } \frac{30}{32}$$

$$\text{Bolo do grupo 2: } \frac{14}{16}$$

Para ser possível comparar as quantidades vendidas pelos grupos precisamos obter **Frações Equivalentes** às frações que representam as quantidades de bolos vendidas, cujos denominadores de ambas sejam iguais.

- Multiplicaremos o numerador e o denominador da representação fracionária do bolo do grupo 1 e do grupo 2 até obtermos denominadores iguais.

- A fração correspondente a quantidade de bolo vendida pelo grupo 2 é representada por $\frac{14}{16}$ multiplicando numerador e denominador por 2 tem-se $\frac{28}{32}$, cujo denominador é

igual ao denominador da fração do bolo vendido pelo grupo 1. Agora é possível comparar as frações $\frac{28}{32} < \frac{30}{32}$

Logo, podemos concluir que o grupo 1 vendeu mais bolo que o grupo 2, sendo assim, a quantidade de bolo que restou para ser vendida do grupo 1 é de $\frac{2}{32}$ e do grupo 2

$$\frac{4}{32}$$

9.2 Tarefa 2: Problema Gerador

Carlos e Pedro resolveram comprar duas pizzas de mesmo tamanho. Carlos prefere pizza de calabresa e Pedro gosta mais de pizza de chocolate. Porém, Carlos pediu que sua pizza de calabresa fosse dividida em 12 pedaços e Pedro pediu que a sua pizza de chocolate fosse dividida em 8 pedaços. Pedro comeu 6 pedaços da pizza de chocolate, enquanto Carlos comeu 9 pedaços da pizza de calabresa.

É possível avaliar quem dos dois amigos comeu mais pizza?



Com o objetivo de trabalhar com a Metodologia de Resolução de Problemas como orientado por Onuchic (1999), faremos passo a passo, a resolução do problema gerador, para melhor compreensão do educador.

9.2.1 Preparação do problema, leitura individual e em conjunto;

Uma vez preparado o problema, o educador pode apresentá-lo aos estudantes, sugerindo e incentivando que leiam individualmente, mais de uma vez. Após a leitura individual os estudantes reunidos em grupos fazem a leitura novamente, discutindo entre eles a respeito da compreensão do texto e dos possíveis dados a serem retirados do problema, bem como o que se deseja encontrar.

9.2.2 Resolução do problema; observar e incentivar

Ainda em grupo, os estudantes devem tentar resolver o problema, com o olhar atento do educador para que, sempre que possível, possa levá-los a refletir nas possibilidades de diferentes caminhos a tomar para a resolução do mesmo por meio de questionamentos.

Alguns exemplos de questionamentos que podem ser feitos aos estudantes para ajudá-los a refletir sobre as possibilidades de resolução do problema são:

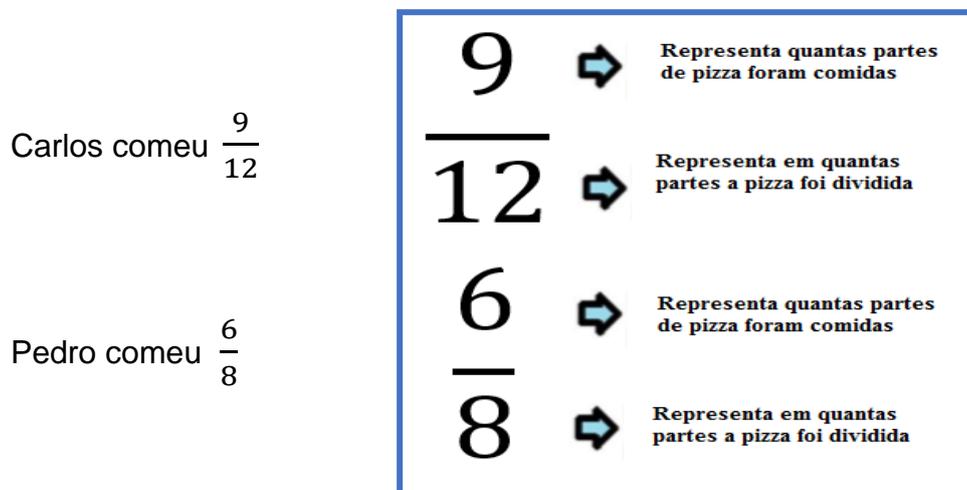
- A pizza que Carlos comprou havia sido dividida em quantos pedaços?
- Quantos pedaços Carlos comeu da pizza de calabresa?
- A pizza que Pedro comprou foi dividida em quantos pedaços?
- Quantos pedaços Pedro comeu da pizza de chocolate?
- Qual a fração que representa a quantidade de pizza de calabresa comida por Carlos?
- Qual a fração que representa a quantidade de pizza de chocolate que Pedro comeu?
- Qual a fração que representa a quantidade de pizza de calabresa que sobrou?
- Qual a fração que representa a quantidade de pizza de chocolate sobrada?

9.2.3 Registro das resoluções na lousa; Plenária e busca de consenso

Os representantes vão à lousa para apresentar as resoluções dos grupos. Diferentes formas de resolução podem surgir. O educador pode, por meio de questionamentos e sugestões, levar os estudantes a analisar e identificar qual a resolução mais adequada.

9.2.4 Formalização do Conteúdo

Possivelmente surgirão diferentes maneiras de resolver o problema proposto anteriormente. Apresentaremos uma possibilidade para a resolução, seguida da formalização do conceito.



Neste quadro está a representação fracionária de quantos pedaços de pizza foi comido em cada um dos casos e as divisões feitas em cada pizza. Para a realização do próximo passo, temos que comparar as duas frações, porém elas têm denominadores distintos. Para que a comparação seja possível é necessário deixar os denominadores iguais.

Primeiramente devemos verificar se existe um número que possa dividir tanto o numerador quanto o denominador de uma mesma fração, nesse caso as frações $\frac{6}{8}$ e $\frac{9}{12}$. Para a primeira, podemos trabalhar com o número 2, pois ele divide o 6 e também é

divisor do 8, desta forma teremos:

$$\frac{6}{8} = \frac{\frac{6}{2}}{\frac{8}{2}} = \frac{3}{4}$$

Como não existe um número natural que possa dividir simultaneamente o numerador e o denominador desta nova fração obtida, temos então na forma mais simplificada possível a fração $\frac{6}{8}$ que é $\frac{3}{4}$.

Agora faremos o mesmo para a fração $\frac{9}{12}$, podemos fazer a divisão tanto do

numerador quanto do denominador por 3, então teremos:

$$\frac{9}{12} = \frac{\frac{9}{3}}{\frac{12}{3}} = \frac{3}{4}$$

Como já observamos não existe um número natural que seja divisor de 3 e 4 simultaneamente, então a fração $\frac{9}{12}$ na sua forma mais simplificada (fração irredutível) é $\frac{3}{4}$.

Fração Irredutível

Uma fração é chamada de **irredutível** quando não existe um número que divida o numerador e o denominador simultaneamente. Por exemplo:

$$\frac{3}{7}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{2}$$

Com essa divisão feita nos numeradores e denominadores das duas frações, obtemos denominadores iguais, verificamos que as frações representam uma mesma quantidade em relação ao todo, ou seja, são frações equivalentes.

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Concluimos que Carlos e Pedro comeram a mesma quantidade de pizza, mesmo que um tenha comido mais pedaços que o outro, como a pizza tinha o mesmo tamanho e foram divididas em números de pedaços diferentes o tamanho dos pedaços de cada pizza também ficou diferente.

Simplificar uma fração consiste em dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número onde se obtém então uma fração equivalente.

9.3 Exemplos de simplificação de frações:

- $\frac{18}{14} = \frac{\frac{18}{2}}{\frac{14}{2}} = \frac{9}{7}$

- $\frac{14}{28} = \frac{\frac{14}{2}}{\frac{28}{2}} = \frac{7}{14} = \frac{\frac{7}{7}}{\frac{14}{7}} = \frac{1}{2}$

O procedimento de simplificação que consiste em várias divisões até chegar em uma **fração irredutível** é chamado de **método de divisões sucessivas**.

9.4 Tarefa 3: Simplifique as frações até obter a fração irredutível.

a) $\frac{15}{20}$

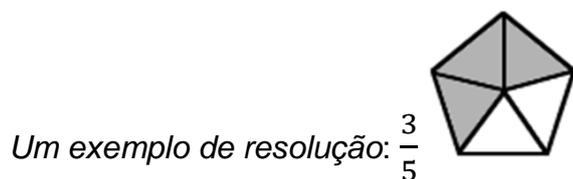
c) $\frac{20}{40}$

b) $\frac{18}{9}$

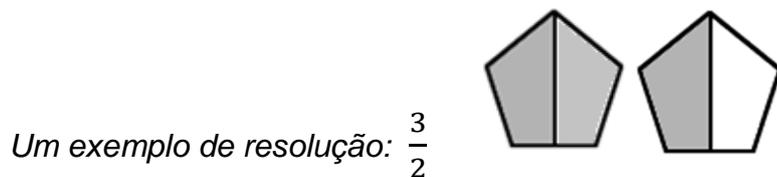
d) $\frac{24}{28}$

9.5 Tarefa 4:

a) Escreva e represente graficamente uma Fração Própria Irredutível:

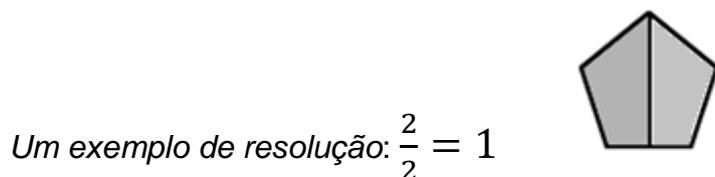


b) Escreva e represente graficamente uma Fração Imprópria Irredutível:

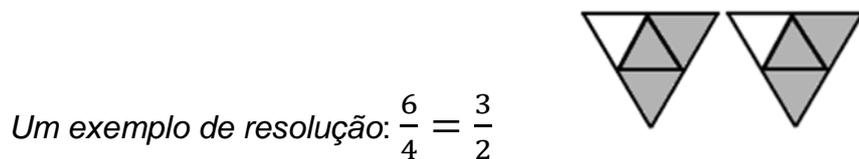


9.6 Tarefa 5

a) Escreva e represente graficamente uma Fração Própria que pode ser simplificada.



b) Escreva e represente graficamente uma Fração Imprópria que pode ser simplificada.



9.7 Atividades Complementares:

1) Lucas e Paulo compraram duas caixas de bis. A caixa que Lucas comprou continha 16 unidades de bis oreo e a de Paulo continha 20 unidades tradicionais. Paulo comeu 5

unidades por dia e Lucas consumiu 4 unidades diariamente, até que seus doces acabassem. Qual das frações consumidas diariamente é maior? Quem deles demorou mais dias para comer seus doces?

Lucas comeu 4 unidades por dia de uma caixa que continha 16 unidades ao todo, então podemos representar da maneira $\frac{4}{16}$ e Paulo consumiu diariamente 5 unidades de uma caixa que continha 20 unidades ao todo, então podemos representar da maneira $\frac{5}{20}$. Analisando essas frações podemos ver que os numeradores e denominadores são divisíveis por um número comum, então podemos simplifica-las:

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{4} \text{ e } \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

Como podemos reduzir as duas frações a $\frac{1}{4}$, vemos que são frações equivalentes. Analisando, temos que os dois demoraram o mesmo tempo em dias para terminar de comer seus respectivos doces. Neste caso, 4 dias.

2) Dois alunos, Leandro e Alisson foram selecionados em um concurso de desenho. Para incentivar a arte. Suas escolas permitiram que eles desenvolvessem um desenho em um determinado espaço do muro da instituição. Alisson escolheu uma arte que vai demorar aproximadamente 21 horas para que seja concluída. Enquanto Leandro decidiu por uma arte que vai lhe custar 25 horas de trabalho. Leandro vai trabalhar no desenho 5 horas por dia e Alisson 3 horas por dia. Qual a fração diária que eles irão pintar em relação à parede destinada a cada desenho? Quem levará um número maior de dias para terminar?

Fazendo a representação fracionária, temos:

Diariamente Alisson vai pintar $\frac{3}{21}$ e Leandro pintará $\frac{5}{25}$. Fazendo a simplificação das frações, temos:

Alisson vai pintar $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$, ou seja, vai pintar 1 parte de 7 a cada dia. Logo, ele levará 7 dias para concluir a pintura.

Leandro vai pintar $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$, ou seja, vai pintar 1 parte de 5 a cada dia. Logo, levará 5 dias para concluir a arte.

Portanto Leonardo concluirá sua arte antes de Alisson.

3) Gabriel comprou 2 garrafas de suco, sendo uma de limão contendo 2 litros de suco e outra de laranja contendo 3 litros de suco. Gabriel e seus amigos tomaram $\frac{8}{10}$ do suco de limão e $\frac{16}{20}$ do suco de laranja. Qual dos sucos Gabriel e seus amigos tomaram mais?

Fazendo a simplificação das frações, temos:

$$\frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ e}$$

$$\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

Simplificando as frações temos que eles tomaram $\frac{4}{5}$, de cada garrafa de suco. Entretanto, temos que a de limão continha 2 litros e a de laranja continha 3 litros.

$$\frac{4}{5} \times 2000 = 1600$$

$$\frac{4}{5} \times 3000 = 2400$$

Então devemos encontrar qual representa uma quantia maior em litros, neste caso $\frac{4}{5}$ de 2 litros seria 1 litro e 600 ml enquanto $\frac{4}{5}$ de 3 litros seria 2 litros e 400 ml. Então o suco mais consumido foi o de laranja.