

## AULA 8

**Conteúdo:** Equivalência de Frações.

**Objetivo:** Compreender o significado e o processo de obtenção de frações equivalentes.

### 8.1 Tarefa 1: Problema Gerador

Na terça-feira, a turma dividiu um bolo pequeno em quatro partes e Mateus comprou um dos pedaços. Como gostou muito do bolo, no dia seguinte, resolveu comprar mais dois pedaços. Porém, na quarta-feira, a turma dividiu em oito pedaços o bolo de mesmo tamanho daquele feito no dia anterior. Em qual dia Mateus comeu mais bolo, considerando que ele comprou um pedaço na terça e dois pedaços na quarta?



#### Questionar os alunos:

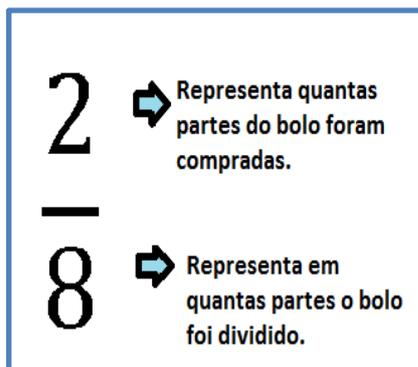
- Como descobrir em qual dia ele comeu mais bolo?
- Podemos representar a quantidade de bolo comprada por Mateus na forma fracionária?
- Os denominadores das frações são iguais ou diferentes?
- É possível comparar as frações?
- Como devemos proceder para comparar frações com denominadores diferentes?

Terça-feira ele comprou  $\frac{1}{4}$

$1$  → Representa quantas partes do bolo foram compradas.

$4$  → Representa em quantas partes o bolo foi dividido.

Quarta-feira ele comprou  $\frac{2}{8}$ .



Para auxiliar na resolução deste problema vamos construir um material manipulável.

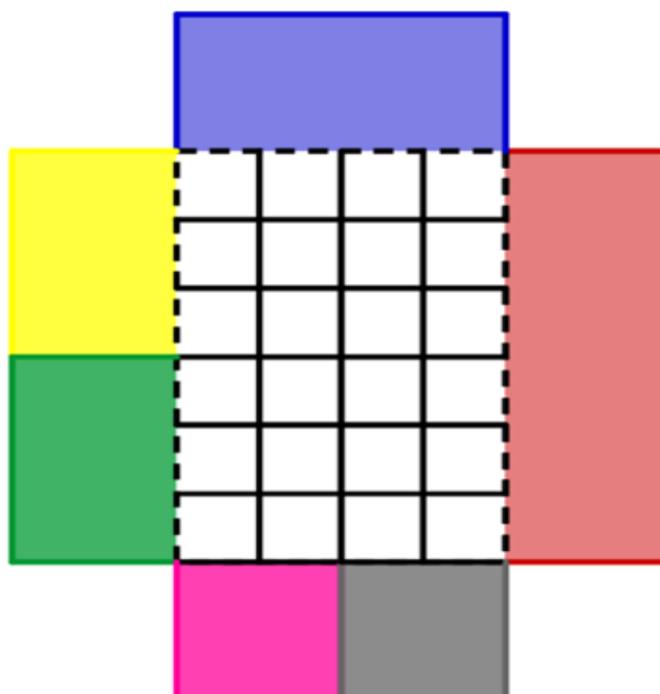
## 8.2 Tarefa 2: Construção do Painel de Equivalência<sup>1</sup>

Dividir a turma em equipes de três alunos de modo que possam discutir suas percepções diante do material didático manipulável.

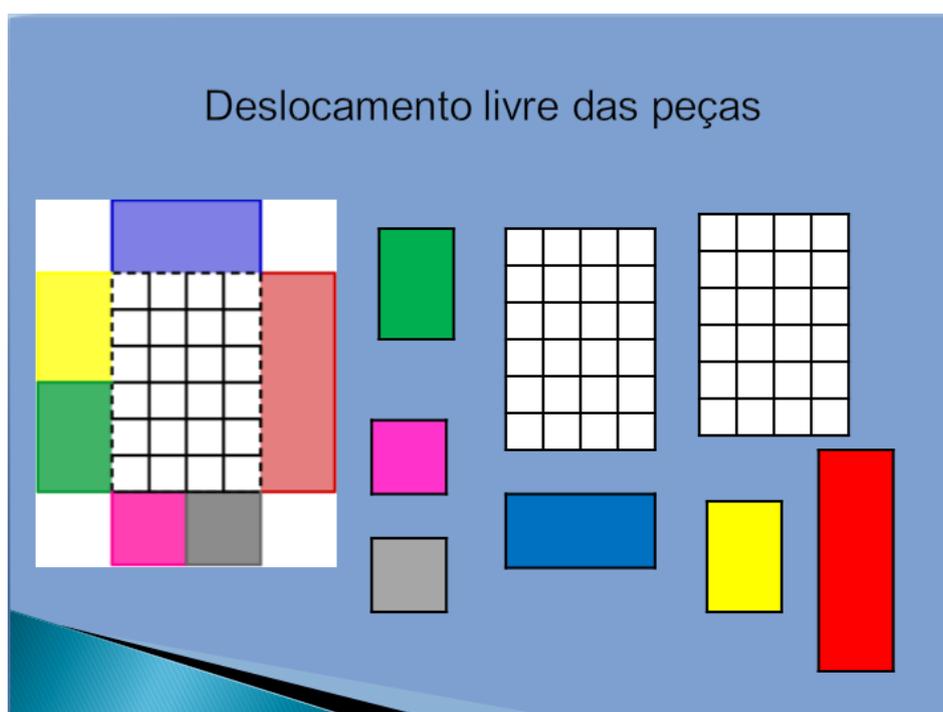
Distribuir, para cada equipe de alunos, o Painel de Equivalência, apresentado na figura 1, e informar que, no conjunto das sete peças, independentemente da sua cor, cada peça é construída com dimensões proporcionais à peça-base, de forma separada, podendo ser manuseada sem depender do conjunto das peças. A figura 1 ilustra o Painel de Equivalência em formato de figuras geométricas planas. A figura 2 ilustra individualmente as peças que compõem o Painel.

---

<sup>1</sup> O material foi desenvolvido pela professora Maria de Lurdes Ramos Rosin em seu trabalho PDE disponível em [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2012/2012\\_unioeste\\_mat\\_pdp\\_maria\\_de\\_lurdes\\_da\\_silva\\_ramos.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_unioeste_mat_pdp_maria_de_lurdes_da_silva_ramos.pdf)



**Figura 1:** Painel de Equivalência.



**Figura 2:** Peças que compõe o Painel de Equivalência.

**Orientações para Construção:**

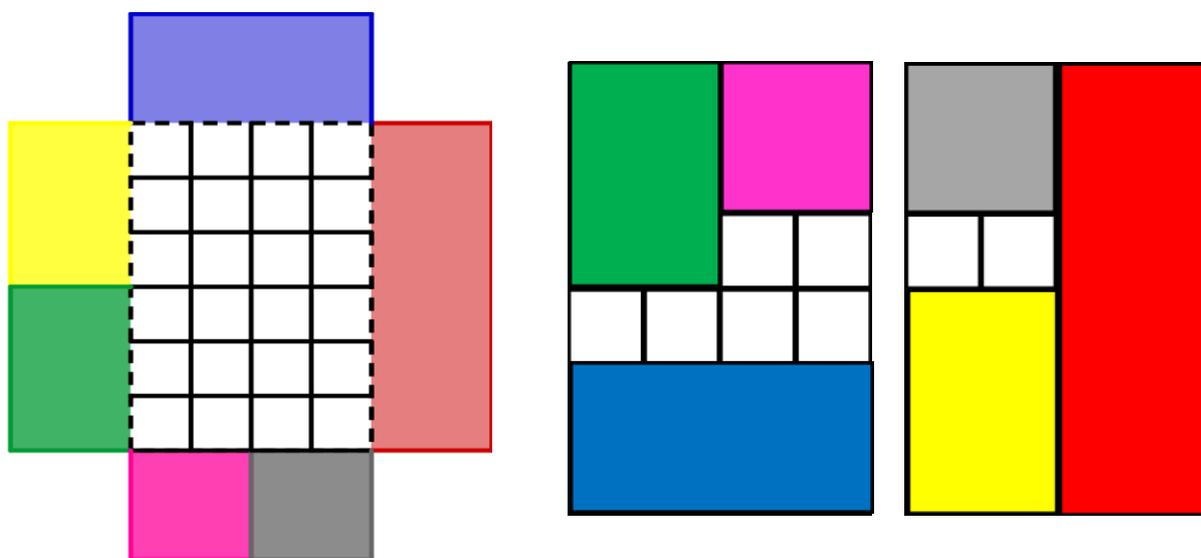
O painel deve ser constituído por sete (7) peças, sendo que cada peça branca será quadriculada de 2cm x 2cm, sendo utilizada como peça “base” para a comparação, reconhecimento e compreensão do conteúdo Equivalência de Frações. As demais peças terão suas medidas proporcionais à peça-base, porém não serão quadriculadas. Segue a descrição dessas peças:

- Uma peça branca com dimensões 8 cm x 12 cm;

- Uma peça amarela com dimensões 4 cm x 6 cm;
- Uma peça azul com dimensões de 8 cm x 4 cm;
- Uma peça cinza com dimensões de 4 cm x 4 cm;
- Uma peça rosa com dimensões de 4 cm x 4 cm;
- Uma peça verde com dimensões de 4 cm x 6 cm;
- Uma peça vermelha com dimensões de 4 cm x 12 cm;

### Possibilidade de comparação e de sobreposição

É possível comparar frações a partir do exercício de sobreposição de peças com tamanhos diferentes objetivando facilitar a verificação da equivalência ou não entre elas.



**Figura 3:** Possibilidades de sobreposição e comparação das peças do Painel de Equivalência.

### 8.3 Tarefa 3: Com base no painel de equivalência responda as questões:

- Quantas peças vermelhas são necessárias para completar o inteiro?
- Quantas peças amarelas são necessárias para completar o inteiro?
- Quantas peças verdes são necessárias para completar o inteiro?
- Quantas peças azuis são necessárias para completar o inteiro?
- Quantas peças rosa ou cinza são necessárias para completar o inteiro?
- Quantas peças cinza equivalem a uma peça azul? E a uma vermelha?
- Por quais peças podemos trocar a peça vermelha e ficar com a mesma fração do inteiro?
- Quantas peças amarelas equivalem à mesma fração de duas peças vermelhas?
- Liste no caderno e represente no painel três maneiras diferentes de cobrir toda peça base utilizando quantas peças forem necessárias dentre as seis diferentes peças do painel.

Vamos retomar o nosso problema inicial, aquele em que Mateus compra um pedaço de bolo na terça e dois pedaços na quarta. Vamos usar o Painel de Equivalência como auxiliar na resolução.

#### 8,4 Tarefa 4.

De que forma podemos representar a quantidade de bolo comprado por Mateus no material manipulável?

Lembrando: o pedaço que Mateus comprou na terça-feira correspondia a uma das quatro partes em que o bolo havia sido dividido e os dois pedaços que ele comprou no dia seguinte correspondiam a outro bolo, mas de mesmo tamanho, que foi dividido em oito partes. Como representar essas quantidades de bolo consumidas, no Painel de Equivalência, considerando que ele está dividido em 24 partes?

a) *Para representar no material devemos fazer operações com as frações que representam a quantidade comprada por Mateus, com o intuito de obter denominadores iguais a 24, ou seja, encontrar frações que representam a mesma quantidade de bolo comprada por Mateus, porém com denominador 24, a chamadas **Frações Equivalentes**.*

Na fração  $\frac{1}{4}$ , devemos pensar em um número que quando multiplicamos o denominador 4, obtemos o número 24.

Ao observar os múltiplos de quatro (a tabuada do 4), descobrimos que quando multiplicamos 4 por 6, obtemos o número desejado.

Mas para não alterar a quantidade de bolo representado pela fração, quando multiplicamos o denominador por um número devemos também multiplicar o numerador por esse mesmo número.

$\frac{1 \times 6}{4 \times 6} = \frac{6}{24}$ , logo descobrimos que  $\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$ , ou seja, que as frações representam a mesma quantidade de bolo.

b) *Da mesma forma devemos proceder na segunda fração. Podemos observar a tabuada do 8 e analisar qual número quando multiplicado por 8 obtém-se 24. Fazendo isso observamos que quando multiplicamos 8 por 3, obtemos o número desejado.*

*Para não alterar o resultado multiplicamos o numerador por esse mesmo número.*

$$\frac{2 \times 3}{8 \times 3} = \frac{6}{24}, \text{ ou seja, } \frac{2}{8} = \frac{6}{24}$$

c) Encontradas as frações cujos denominadores são iguais a 24, com qual peça do Painel de Equivalência podemos representar essas frações?

Com as peças verdes ou amarelas.

Podemos observar ainda que essas duas peças representam a mesma quantidade em relação ao todo. Logo as duas frações também representam a mesma parte do todo. Assim, é possível conceituar frações equivalentes.

**Frações equivalentes** são frações que representam a mesma parte do todo.

Exemplos de frações equivalentes:

- $\frac{1}{2}$  e  $\frac{2}{4}$ ;
- $\frac{3}{6}$  e  $\frac{6}{12}$ .

Para encontrar frações equivalentes devemos ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número natural, diferente de zero e maior que 1.

### 8.5 Tarefa 5

Multiplicando uma fração por um número natural

Exemplo: obter frações equivalentes à fração  $\frac{1}{2}$ .

$$\text{a) } \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4};$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8};$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6};$$

$$\text{d) } \frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10};$$

Portanto as frações  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{6}$ ,  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{5}{10}$  são algumas das frações equivalentes a  $\frac{1}{2}$ .

### 8.6 Tarefa 6

Dividindo uma fração por um número natural

Na tarefa anterior utilizamos a multiplicação do numerador e denominador de uma fração por um número natural para encontrar frações equivalentes. Na tarefa 6 iremos encontrar frações equivalentes fazendo a divisão do numerador e denominador da fração por um número natural.

Aqui é preciso ter atenção para escolher números naturais que sejam divisores dos dois números, tanto do numerador como do denominador.

$$\text{a) } \frac{16}{20} \div \frac{2}{2} = \frac{8}{10}$$

$$\text{b) } \frac{16}{20} \div \frac{4}{4} = \frac{4}{5}$$

### 8.7 Tarefa 7

Os alunos dos grupos 1 e 2 resolveram cortar os bolos de maneiras diferentes. O grupo 1 dividiu seu bolo em 10 pedaços enquanto o grupo 2 dividiu seu bolo em 12 pedaços. Se alguém comprar 6 pedaços do bolo do grupo 1, levará mais ou menos bolo do que quem comprar 7 pedaços do bolo do grupo 2?

*Como vimos anteriormente, para comparar frações, primeiro fazendo operações para encontrar denominadores iguais. Para isso podemos multiplicar a primeira fração pelo denominador da segunda e multiplicar a segunda fração pelo denominador da primeira fração.*

$$\frac{6 \times 12}{10 \times 12} = \frac{72}{120}$$
$$\frac{7 \times 10}{12 \times 10} = \frac{70}{120}$$

*Agora encontramos frações cujos denominadores são iguais. Quando isso ocorre podemos compará-las, ou seja, basta comparar seus numeradores. Dessa forma temos que  $72 > 70$ . Percebemos que as frações podem ser escritas de maneiras diferentes, usando outras frações equivalentes, e representar a mesma quantidade de bolo que a inicial. Por exemplo:*

$$\frac{72}{120} \div \frac{2}{2} = \frac{36}{60}$$

$$\frac{70}{120} \div \frac{2}{2} = \frac{35}{60}$$

*Quem comprar 6 pedaços do primeiro bolo levará maior quantidade de bolo.*

### 8.8 Atividades Complementares:

1) Paulo e Felipe pediram duas pizzas médias, uma para cada um, de sabores diferentes. Ao recebê-las, perceberam que a pizza de Paulo estava dividida em 8 partes e que a de Felipe estava dividida em 6 partes. Paulo conseguiu comer 5 pedaços, enquanto Felipe conseguiu comer 4 pedaços de suas pizzas respectivamente. Sabendo que as pizzas são do mesmo tamanho, qual dos dois amigos comeu mais?

*Podemos representar na forma fracionária:*

*Quantidade de Pizza que Paulo comeu:  $\frac{5}{8}$ ;*

*Quantidade de Pizza que Felipe comeu:  $\frac{4}{6}$ ;*

*Agora podemos comparar as frações, como os denominadores são diferentes precisamos encontrar frações equivalentes, temos que:*

$$\text{Paulo: } \frac{5 \times 6}{8 \times 6} = \frac{30}{48}$$

$$\text{Felipe: } \frac{4 \times 8}{6 \times 8} = \frac{32}{48}$$

*Como  $32 > 30$ , concluímos que Felipe comeu mais pizza do que Paulo.*

2) Ordene as frações de maneira crescente,  $\frac{13}{24}$ ,  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{5}{8}$ .

*Para comparar as frações precisamos deixá-las com um denominador comum, temos que:*

$$\frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24}, \quad \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24} \quad \text{e} \quad \frac{13}{24}$$

*Agora podemos comparar apenas os numeradores, onde:*

$$16 > 15 > 13. \text{ Logo } \frac{16}{24} > \frac{15}{24} > \frac{13}{24}.$$

3) Em uma empresa,  $\frac{1}{3}$  dos funcionários usa ônibus para chegar ao trabalho, enquanto  $\frac{1}{5}$  dos funcionários utiliza o carro. Qual o tipo de transporte é usado pela maior quantidade de funcionários?

*Devemos comparar as duas frações; para isso precisamos primeiro obter denominadores iguais, temos que:*

$$\frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{1 \times 3}{5 \times 3} = \frac{3}{15}$$

*Agora podemos comparar as duas frações:*

$\frac{5}{15} > \frac{3}{15}$ . Logo, a quantidade de pessoal que usa o transporte coletivo é superior a quantidade de pessoas que vão trabalhar de carro.

4) Um pai tem uma caixa de doces para dividir entre seus filhos. Ele distribuiu a Luís  $\frac{2}{4}$  da caixa, e para Ari  $\frac{1}{4}$  da caixa. Qual dos filhos recebeu mais doce?

*Para descobrir qual dos filhos recebeu mais doce podemos comparar diretamente os numeradores, pois as frações possuem um denominador comum, então temos:*

$2 > 1$ , logo  $\frac{2}{4} > \frac{1}{4}$ . Portanto Luís recebeu mais doce.

5) Indique duas frações equivalentes a:

a)  $\frac{14}{6}$

*Para encontrar frações equivalentes precisamos multiplicar a fração dada por um número natural maior do que 1, então temos por exemplo:*

$$\frac{14 \times 2}{6 \times 2} = \frac{28}{12}$$

b)  $\frac{8}{5}$

c)  $\frac{9}{11}$

$$\frac{9 \times 6}{11 \times 6} = \frac{54}{66}$$

$$\frac{9 \times 7}{11 \times 7} = \frac{63}{77}$$

6) Escreva frações equivalentes a:

a)  $\frac{3}{4}$  cujo numerador seja 15;

b)  $\frac{2}{3}$  cujo denominador seja 27;

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{18}{27}$$

7) Numa prova com 24 questões, José acertou  $\frac{16}{24}$  das questões da prova, e Marcos acertou  $\frac{4}{6}$ . Quem acertou mais questões?

*Para resolver precisamos deixar as frações dadas com um denominador comum, então temos:*

*José acertou  $\frac{16}{24}$ . Agora precisamos multiplicar o denominador da segunda fração com o intuito de encontrar um denominador igual a 24, dessa forma tem-se:*

$$\frac{4 \times 4}{6 \times 4} = \frac{16}{24}$$

*Observando a fração encontrada percebemos que ela é igual a primeira, portanto José e Marcos acertaram a mesma quantidade de questões.*

8) Crie um problema em que o bolo seja repartido em 16 pedaços e sejam vendidos 24 pedaços.