Um Experimento Numérico-Computacional do Problema de Interação Barragem-Reservatório

Suzana P. Martos[1] **, Bruno Belorte**[2] **, Rogério L. Rizzi**[3] **, Claudia B. Rizzi**[2] **, Ricardo L. Azevedo**[1]

[1]UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Curso de Engenharia Civil

suzanamartos@yahoo.com.br

ricardo.azevedo@unioeste.br

[2]UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Curso de Ciência da Computação

bruno.belorte@gmail.com

claudia.rizzi@unioeste.br

[3]UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Curso de Matemática

rogeriorizzi@hotmail.com

Resumo. *Neste trabalho é apresentada uma solução numérica para o problema de interação fluido-estrutura, a qual é aplicada na modelagem da pressão resultante do acoplamento entre a estrutura de uma barragem e o corpo de água de seu reservatório. A simulação de tal forçante é de grande interesse prático, visto que o comportamento estrutural da barragem é significativamente alterado pelo campo de pressões hidrodinâmicas geradas pelo fluido. O objetivo é fazer um estudo da pressão hidrodinâmica que o fluido do reservatório exerce sobre uma barragem de gravidade de concreto. Os forçantes que atuam simulam um sismo ou uma vibração induzida que ocorra sob a base da barragem. É realizada uma comparação da solução numérica com condições de contorno simplificadas com uma solução analítica com mesmas condições de contorno, visando verificar o método de aproximação e de solução empregados. A solução do modelo espaço-temporalmente discreto é obtida utilizando-se o método das diferenças finitas e o método Newmark de integração temporal. As implementações foram realizadas no ambiente computacional Scilab.*

1. Introdução

Os problemas de interação fluido-estrutura são especificados como aqueles gerados por sistemas físicos onde dois ou mais distintos meios contínuos interagem um com o outro. Esse tipo de situação encontra-se presente em diversos eventos de Engenharia, como plataformas marinhas, barragens, reservatórios de água, torres, turbinas, entre outros, e mostram o vasto escopo de possíveis aplicações desses sistemas [1].

Especificamente no caso da interação fluido-estrutura na análise estrutural de barragens, recentemente tem-se verificado crescimento de pesquisas sobre essa temática devido, sobretudo, a demanda por energia gerada pelo setor hidrelétrico [1]. Tais trabalhos visam melhor compreender problemas como os que surgem devido a abalos sísmicos, ou o impacto ambiental causado pela ruptura de barragens, entre outros.

Como estudos experimentais ou de escala reduzida em Engenharia são custosos, uma abordagem para desenvolver tais pesquisas é realizar simulações computacionais de modelos físicos e matemáticos que representem os principais parâmetros e eventos físicos envolvidos na interação fluido-estrutura. Assim, é relevante o desenvolvimento de modelos matemáticos que representem os diversos tipos de tensões e esforços presentes nesse tipo de interação.

Modelos simplificados do problema de interação barragem-reservatório encontram-se bem determinados na literatura, notadamente para problemas que possuem solução analítica. Estes modelos que descrevem tal fenômeno são compostos de condições de contorno que permitem a obtenção da solução exata que descreve o campo de pressões hidrodinâmicas no plano barragem-reservatório. Devido às simplificações inerentes essa modelagem fornece apenas uma aproximação para os valores reais.

O objetivo deste trabalho é a obtenção de um problema de valor de contorno com condições iniciais que possa representar o modelo físico qualitativamente bem. Para a análise numérica, é utilizado o método das diferenças finitas por meio de implementações computacionais do método de Newmark estruturadas em ambiente Scilab.

2. Acoplamento do Sistema Fluido-Estrutura

A interação fluido-estrutura, e mais especificamente, a interação barragem-reservatório, é classificada como um sistema acoplado. Por especificação, sistemas acoplados são aqueles aplicáveis para múltiplos domínios e tais que existem variáveis dependentes que usualmente descrevem diferentes fenômenos físicos e nos quais nenhum domínio pode ser resolvido quando separado um do outro, e nenhuma das variáveis dependentes pode ser explicitamente eliminadas na modelagem matemática [2] .

A solução desacoplada do problema, tanto para o domínio do sólido, quanto para o domínio do fluido, não é satisfatória, pois formam um sistema em que os meios são fisicamente heterogêneos e sofrem mútuas interações [1]. Deste modo, esses tipos de problemas são caracterizados como acoplados, onde as formulações de acoplamento fluido-estrutura conseguem modelar satisfatoriamente as interações existentes. Classificam-se os sistemas acoplados em duas categorias [2]:

a) Classe I: Contém problemas em que o acoplamento ocorre na região da interface pela imposição de condição de contorno. Geralmente tais domínios descrevem situações físicas diferentes, mas é possível considerar o acoplamento entre os domínios, desde que uma discretização apropriada seja utilizada. Nesta classe de problemas estão a interação fluido-estrutura e estrutura-estrutura.
b) Classe II: Contém problemas onde vários domínios se sobrepõem (totalmente ou parcialmente). Nesta classe o acoplamento ocorre através do modelo matemático, que representa diferentes fenômenos físicos, como por exemplo, a estabilidade dos solos e a percolação em meios porosos.

O problema de interação barragem-reservatório é caracterizado como acoplado de classe I, onde especificamente ocorre a interação entre meios físicos diferentes. A figura 1 ilustra o problema geometricamente e de maneira simplificada, visto que, embora neste trabalho seja tratado o caso bidimensional, o modelo real é tridimensional.

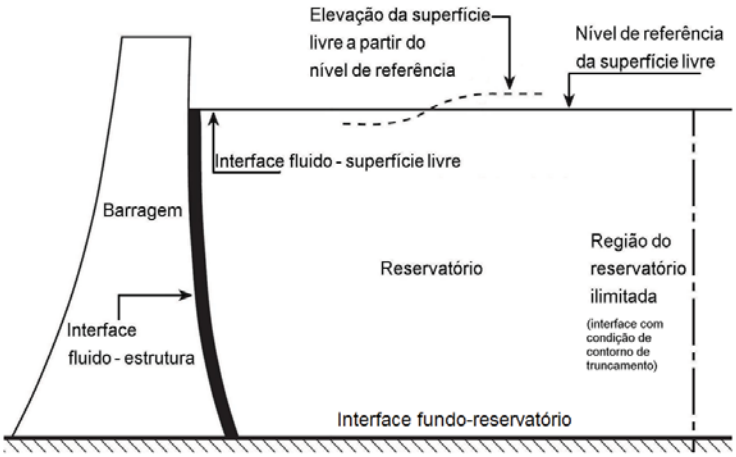

Figura 1: Representação Geométrica para a Interação Barragem-Reservatório.

3. Formulação do Problema de Interação Barragem-Reservatório

Este trabalho apresenta estudos enfocando a pressão hidrodinâmica para o problema de interação fluido-estrutura, de modo a obter-se, um problema de valor de contorno com condições iniciais. Nesta formulação deve-se especificar um modelo matemático que seja válido no interior do domínio, e as condições de contorno nas fronteiras desse domínio. A figura 1 representa tal problema de valor de contorno.

3.1. Pressão Hidrodinâmica

Mostra-se que o modelo matemático que determina a pressão hidrodinâmica gerada devido a vibração da água dentro de um reservatório bidimensional pode ser expresso pela equação de Helmholtz,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \tag{1}$$

onde $p = p(x, z, t)$ é a pressão hidrodinâmica acústica, t é o tempo, x e z são as variáveis espaciais e $c = \sqrt{\beta/\rho}$ denota a velocidade da onda acústica da água, onde β é o módulo de compressão do fluido, e ρ é a densidade para um fluido acústico.

A equação de Helmholtz é formulada a partir das equações de estado, de conservação de massa e da conservação da quantidade de movimento. Sua dedução, para o caso 2D, pode ser encontrada em [3], onde se assume que a densidade ρ varia muito pouco, de modo que pode ser considerada constante; que as velocidades são suficientemente pequenas para se poder desprezar os efeitos da advecção; e os efeitos viscosos devido à rotação podem ser desprezados.

3.2. Condições de Contorno

Uma representação gráfica para as condições de contorno do reservatório combinada com o modelo da pressão hidrodinâmica do fluido são mostradas na figura 2. É essencial que se especifique adequadamente tais condições de contorno para bem determinar as forças que agem no domínio de interesse.

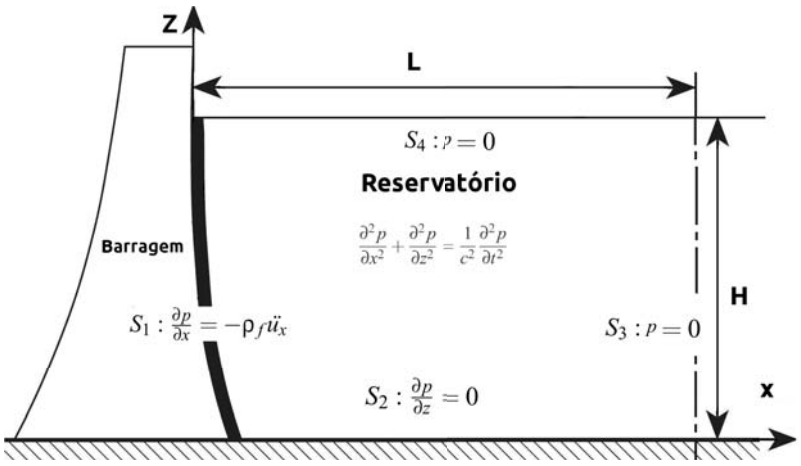

Figura 2: Condições de Contorno para o Modelo de Interação Fluido-Estrutura.

3.2.1. Na interface fluido-estrutura

A condição de contorno na interface fluido-estrutura é indicada na figura 2 por S_1. Na interface fluido-estrutura, onde ocorre a interação barragem-reservatório, mostra-se que o gradiente de pressão normal à superfície é dado por:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \ddot{u}, \tag{2}$$

onde ρ é a densidade da água e $\ddot{u}$ é a componente horizontal da aceleração devido ao movimento da base da barragem vindo da rocha de fundação [4], devido a uma vibração induzida ou um sismo.

3.2.2. Na interface fundo-reservatório: contorno rígido

A condição de contorno na região inferior do reservatório é indicada na figura 2 por S_2. Neste caso, a condição de contorno é especificada em $z = 0$. Supõe-se neste caso que a fundação é sólida, não ocorrendo fluxo ou pressão passando na direção z, e também que não existem sedimentos na parte inferior do reservatório. Nessa situação mostra-se que a pressão normal na região inferior do reservatório é dada por:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0. \tag{3}$$

3.2.3. Na superfície livre

A condição de contorno na superfície livre é indicada na figura 2 por S_4. Neste caso, deve-se especificar a condição de contorno em $z = H$. Nesta condição de contorno foi realizada uma simplificação de modo a não considerar o efeito das ondas na superfície:

$$p = 0. \tag{4}$$

3.2.4. Reservatório ilimitado: condição de truncamento

A condição de contorno na região ilimitada do reservatório é indicada na figura 2 por S_3. Nesta fronteira foi adotada pressão nula, dada por:

$$p = 0 \tag{5}$$

A condição de contorno de truncamento é importante no processo de modelagem do problema de interação barragem-reservatório, pois o efeito que a pressão hidrodinâmica exerce na barragem é altamente sensível ao comportamento da grande extensão do domínio do fluido (considerada infinita) do reservatório [5]. Quanto mais distante for colocada a condição de contorno de truncamento, melhor é a acurácia dos resultados, porém, o custo computacional torna-se maior. Isto porque, em corpos d'água reais, por exemplo, o lago de Itaipu, modelar toda a extensão horizontal resultaria em uma malha muito grande que geraria um custo computacional que não melhora o resultado, já que estudos mostram que é praticamente nula a pressão hidrodinâmica no contorno original. Portanto, a especificação e determinação da condição de contorno de truncamento é de grande importância para se obter resultados acurados com eficiência computacional.

Há outras condições de truncamento propostas na literatura, por exemplo, a condição de Sharan. Estas condições de contorno baseiam-se nas seguintes hipóteses [4]: o problema é bidimensional e o domínio do fluido se estende em uma direção; a interface fluido-estrutura é vertical; o fundo do reservatório é rígido e horizontal; a estrutura em contato com o fluido é rígida e sua altura não é maior do que a altura da lâmina de água do fluido e a estrutura vibra na direção normal da interface fluido-estrutura.

Portanto, a equação de Helmholtz (1) para o domínio fluido juntamente as condições de contorno (2), (3), (4) e a condição de contorno de truncamento simplificada (5) na região ilimitada do reservatório, resulta no seguinte problema:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 p}{\partial t^2} \\ \dfrac{\partial p}{\partial x}_{|S_1} = -\rho_f \ddot{u}; \quad \dfrac{\partial p}{\partial z}_{|S_2} = 0; \quad p_{|S_3} = 0; \quad p_{|S_4} = 0 \end{cases} \tag{6}$$

4. Solução Numérica do Problema

Nesta seção será apresentada a solução numérica do problema (6) pelo método das diferenças finitas. Isto porque este problema com a equação do domínio fluido e as

condições de contorno adotadas não possui solução analítica conhecida. Então, para a realização da solução numérica, é necessária a discretização do problema.

Uma malha regular é utilizada no reservatório. Cada ponto da malha possui uma posição indicada por (i, j), coluna e linha respectivamente, e para cada ponto é encontrado um valor de pressão. Vale ressaltar que as notações $\dot{p}_{i,j}$ e $\ddot{p}_{i,j}$ correspondem às derivadas de primeira e segunda ordem da pressão em relação ao tempo.

4.1. Discretização

Para a discretização da equação da pressão (1) serão utilizadas as aproximações das derivadas parciais por diferenças centrais de segunda ordem [6]:

$$\frac{\partial^2 p_{i,j}}{\partial x_i^2} \approx \frac{p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 p_{i,j}}{\partial z_j^2} \approx \frac{p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}}{\Delta z^2}, \tag{7}$$

substituindo as aproximações (7) em (1), tem-se

$$\frac{p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j+1} - 2p_{i,j} + p_{i,j-1}}{\Delta z^2} - \frac{1}{c}\ddot{p}_{i,j} = 0. \tag{8}$$

4.1.1. Discretização das condições de contorno

a) Interface fluido-estrutura: Na interface fluido-estrutura (S_1), tem-se,

$$\frac{\partial p_{i,j}}{\partial x_i} \approx \frac{p_{i+1,j} - p_{i-1,j}}{2\Delta x} = -\rho_f \ddot{u}_i \quad \text{isto é,} \quad p_{i-1,j} = 2\Delta x \rho_f \ddot{u} + p_{i+1,j}.$$

b) Interface fundo rígido-reservatório: A condição S_2 (3) é discretizada como

$$\frac{\partial p_{i,j}}{\partial z_j} \approx \frac{p_{i,j+1} - p_{i,j-1}}{2\Delta z} = 0 \quad \text{isto é,} \quad p_{i,j-1} = p_{i,j+1}.$$

c) Superfície de truncamento: A condições de contorno S_3 é discretizada como

$$p_{i+1,j} = 0.$$

d) Superfície livre: A condições de contorno S_4 é discretizada como

$$p_{i,j+1} = 0.$$

Substituindo as condições de contorno na equação de helmholtz discretizada para cada ponto da malha e adotando $\Delta x = \Delta z = \delta$, obtém-se o sistema $Kp + M\ddot{p} + F\ddot{u} = 0$. Um exemplo 3×3 para determinar os valores de $p_{i,j}$, $\dot{p}_{i,j}$ e $\ddot{p}_{i,j}$ é como:

$$0 = \frac{1}{\delta^2}\begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_{1,1} \\ p_{2,1} \\ p_{3,1} \\ p_{1,2} \\ p_{2,2} \\ p_{3,2} \\ p_{1,3} \\ p_{2,3} \\ p_{3,3} \end{Bmatrix} -$$

$$\frac{1}{c^2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{p}_{1,1} \\ \ddot{p}_{2,1} \\ \ddot{p}_{3,1} \\ \ddot{p}_{1,2} \\ \ddot{p}_{2,2} \\ \ddot{p}_{3,2} \\ \ddot{p}_{1,3} \\ \ddot{p}_{2,3} \\ \ddot{p}_{3,3} \end{Bmatrix} + \frac{2\rho_f}{\delta}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{1,1} \\ \ddot{u}_{2,1} \\ \ddot{u}_{3,1} \\ \ddot{u}_{1,2} \\ \ddot{u}_{2,2} \\ \ddot{u}_{3,2} \\ \ddot{u}_{1,3} \\ \ddot{u}_{2,3} \\ \ddot{u}_{3,3} \end{Bmatrix}$$

4.2. Implementações e Resultados

A obtenção da solução é realizada pelo processo de discretização aplicado às equações que governam o fluxo do fluido, como visto na seção anterior. Disto, resultam em equações lineares algébricas que necessitam de solução. Para a solução temporal do problema foi utilizado o método de Newmark (algoritmo 1) de integração no tempo [7].

Algoritmo 1 Método de Newmark

I - Cálculo inicial: resolver $M\ddot{p} + C\dot{p} + Kp = F_t$
Entrar com a matriz de rigidez estática K, a matriz de massa M e a matriz de amortecimento C
Especificar os parâmetros de integração β e γ
Calcular as constantes de integração:
$b_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \quad b_2 = -\frac{1}{\beta \Delta t} \quad b_3 = -\frac{1}{\beta}\left(\frac{1}{2} - \beta\right) \quad b_4 = \gamma \Delta t b_1$
$b_5 = 1 + \gamma \Delta t b_2 \quad b_6 = \Delta t(1 + \gamma b_3 - \gamma)$
Formulação da matriz de rigidez efetiva: $\bar{K} = K + b_1 M + b_4 C$
Triangularizar a matriz de rigidez efetiva: $\bar{K} = LDL^T$
Especificar as condições iniciais: $p_0, \quad \dot{p}_0, \quad \ddot{p}_0$
II - Laço para cada passo de tempo: $k\Delta t$, com $1 \leq k \leq T_f$, onde T_f é o tempo final
Calcular o vetor de carga efetiva:
$\bar{F}_t = F_t + M(b_1 p_{t-\Delta t} - b_2 \dot{p}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{p}_{t-\Delta t}) + C(b_4 p_{t-\Delta t} - b_5 \dot{p}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{p}_{t-\Delta t})$
Solução do vetor pressão p no tempo t
$LDL^T p_t = \bar{F}_t$
Calculo da velocidade a aceleração no tempo t
$\dot{p}_t = b_4(p_t - p_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{p}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{p}_{t-\Delta t}$
$\ddot{p}_t = b_1(p_t - p_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{p}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{p}_{t-\Delta t}$
Ir para o início de II com $t = t + \Delta t$

Entretanto, para a obtenção da solução númerica do problema, é necessário que se especifique algumas considerações físicas e geométricas do problema, além de parâmetros que são exigidos pelo método como: c = 1500 m/s; g = $10m/s^2$; $\rho_f = 1000kg/m^3$; altura do reservatório $= 46.33m$; altura da barragem $= 48.77m$; densidade da barragem = 2477 kg/m^3; módulo de elasticidade da barragem = 2.415 $\times$ $10^{10}N/m^2$; $\ddot{u} = e^{-0.002t}$; $\beta = \frac{1}{6}$; $\gamma = \frac{1}{2}$. Como condição inicial para o problema de valor de contorno (6) utiliza-se $p_0 = 0$; $\dot{p}_0 = 0$; $\ddot{p}_0 = 0$.

Para o cálculo do passo de tempo t adotado no método de Newmark, utilizou-se,

$$\frac{\Delta t}{T_{min}} \leq \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{\gamma}{2} - \beta}} \tag{9}$$

e para determinar T_{min} utilizou-se o cálculo da vibração da barragem em segundos incluindo a influência do reservatório disponível em ([4], p. 145), e obteve-se $T_{min} = 0.150$. Substituindo em (9), tem-se que o passo de tempo a ser adotado no método de Newmark é $\Delta t = 0.083$.

O método para a solução do sistema pelo algoritmo Newmark foi implementado no ambiente Scilab, devido a facilidade de testes sobre a estrutura das equações, já que estas ainda estão em desenvolvimento [8]. Primeiramente, a equação do domínio fluido uti-

lizada foi a de Laplace $\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0\right)$ ao invés da equação de Helmholtz e com as mesmas condições de contorno. Utilizamos Laplace neste trabalho devida a solução analítica desta ser conhecida, e assim podendo comparar a solução numérica obtida. A figura 3 mostra o vetor solução pressão para as soluções analítica, como em ([4]), e numérica. As soluções apresentam uma semelhança na parte central da superfície, mas divergem nas bordas onde ficam as condições de contorno da equação numérica. Os valores de pressão resultantes da solução do sistema foram normalizados de acordo com o valor absoluto do maior valor encontrado no vetor de solução.

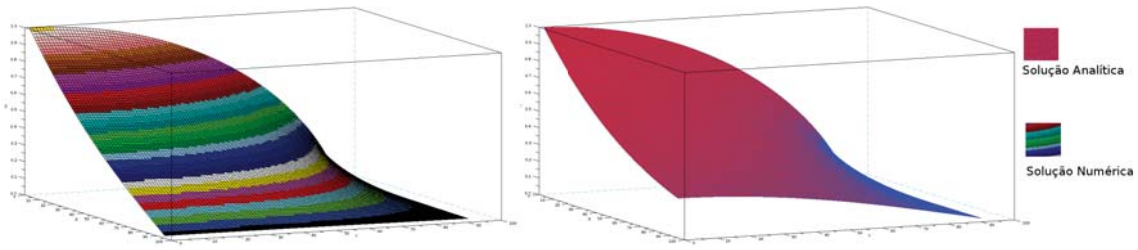

Figura 3: Solução numérica e analítica em uma malha 93x93 pontos.

Os erros entre a solução numérica e a solução exata podem ser avaliados utilizando-se as normas L_1 e L_2 que são apresentadas nas equações (10).

$$||E_h||_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} |p_{i,exata} - p_{i,numerica}|}{\sum_{i=1}^{N} |p_{i,exata}|} \quad e \quad \|E_h\|_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (p_{i,exata} - p_{i,numerica})^2}{\sum_{i=1}^{N} (p_{i,exata})^2}} \tag{10}$$

Estas normas mensuram a distância do vetor encontrado na solução numérica com o vetor analítico, assumindo que o vetor de soluções no sistema analítico é exato. Como podemos observar na tabela 1, o erro diminui conforme aumenta o tamanho da malha e mostra uma boa acurácia do método.

Tamanho da malha	*Norma L_1*	*Norma L_2*
13x13	0.1838118	0.1894231
23x23	0.1634311	0.1752368
33x33	0.1588373	0.1747922
43x43	0.1575454	0.1758808
53x53	0.1572698	0.1770354
63x63	0.1573571	0.1780351
73x73	0.1575811	0.1788687
83x83	0.1578517	0.1795623
93x93	0.1581303	0.1801434

Tabela 1: Normas L_1 e L_2.

Após análise dos resultados analítico e numérico para o problema utilizando a equação de Laplace, iniciou-se as implementações do problema de valor de contorno (6). As figuras 4 e 5 mostram a solução do sistema. Na figura 4 tem-se o gráfico de superfície, que representa um valor de pressão para cada ponto da malha. Neste gráfico também estão indicadas as condições de contorno como na figura 2. O resultado foi rotacionado

para melhor visualização. Foi adotada uma malha de 63×63 e o passo de tempo está na 83ª iteração. Neste passo de tempo a solução já se mantém estável e qualitativamente satisfatória, pois os valores de pressão decaem em direção ao truncamento (S_3) e em direção à superfície livre (S_4). Vale mencionar que houve um pequeno ajuste na condição de contorno S_2 para melhorar a acurácia do resultado [9].

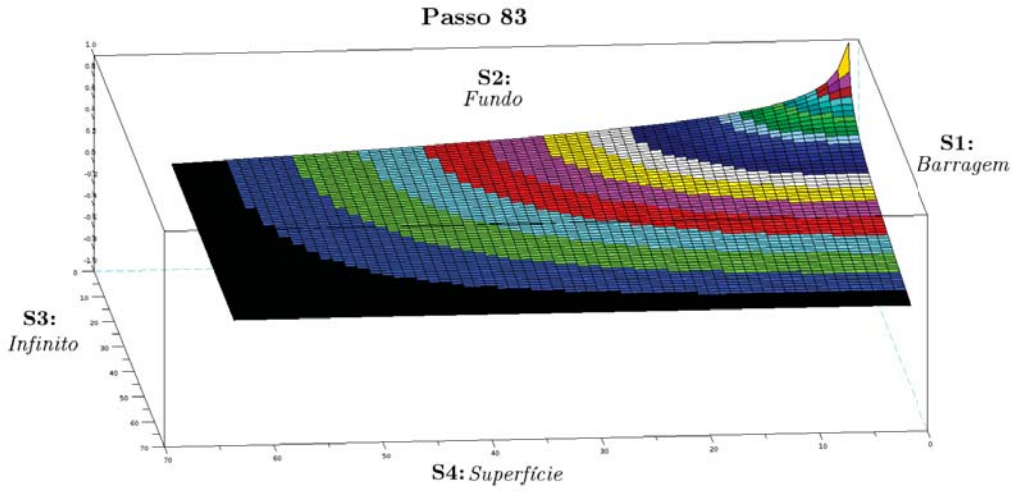

Figura 4: Gráfico de superfície que mostra um valor de pressão para cada ponto da malha.

A figura 5 mostra as linhas de pressão para esta solução, onde cada linha apresenta uma coluna de pontos da malha e o respectivo valor de pressão. Podemos observar que o valor de pressão é mais alto no fundo da barragem, decaindo conforme avança em direção a condição de truncamento (Infinito), o que está de acordo com o problema físico.

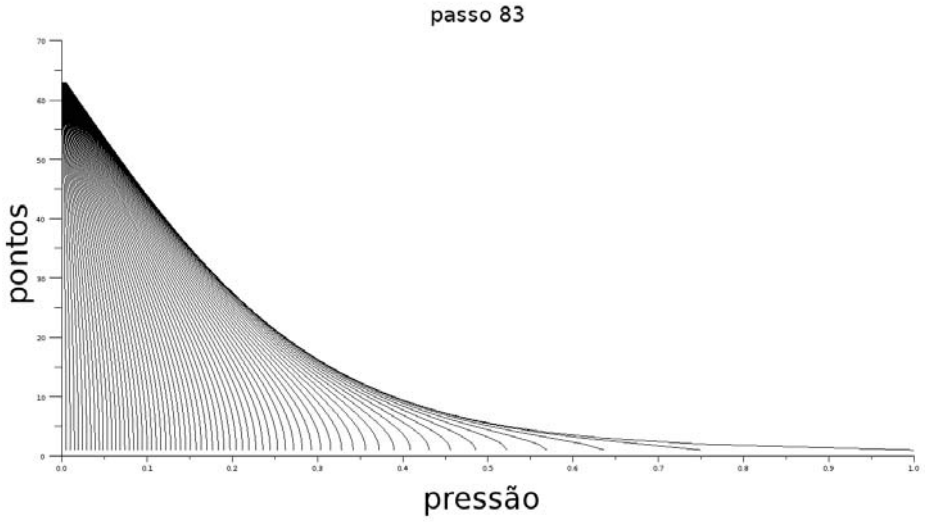

Figura 5: Linhas de pressão para os valores apresentados.

5. Conclusões

O método de Newmark resolve o problema proposto com qualidade numérica e eficiência computacional, mas a solução numérica é muito sensível às condições iniciais e de con-

torno. Os resultados obtidos foram satisfatórios, pois a comparação da solução analítica com a equação de Laplace e a solução numérica mostraram boa acurácia do método.

A solução do problema (6) estabilizou no decorrer do tempo e apresentou um perfil qualitativamente bom, com o valor de maior pressão no fundo do reservatório e decaindo em direção à condição de contorno de truncamento e em direção à superfície livre. Ressalta-se que embora tenha sido apresentado apenas um resultado para (6), foram obtidas outras soluções para o problema, utilizando a equação de Laplace com e sem a pressão hidrostática como condição inicial.

Além disso, obtiveram-se resultados com a equação de Helmholtz com a pressão hidrostática como condição inicial e com diversos passos tempo, para efeitos de comparação e de estudo do comportamento temporal do problema.

Vale ressaltar que o ambiente Scilab apresentou um bom desempenho para a solução de sistemas de pequeno porte, mas não fornece suporte para sistemas de equações com dimensões maiores do que 93×93 pontos de malha. Uma implementação em linguagem C está sendo desenvolvida para estudar o comportamento do método a medida que se refina a malha e que se modificam as condições de contorno e as condições iniciais para obter modelos numéricos mais apropriados.

Referências

[1] SOUZA, S. M., *Contribuição para uma metodologia de análise acoplada fluido-estrutura em cavidades acústicas com paredes flexíveis*, Dissertação (mestrado em estruturas e construção civil), Faculdade de Tec. da Universidade de Brasília, Brasília, 04 2007.

[2] ZIENKIEWICZ, O. C; TAYLOR, R. L., *The finite element method*, Vol. 1, Butterworth-Heinemann, International Centre for Numerical Methods in Engineering, Barcelona, Spain, 06th ed., 03 2000.

[3] COSTA, E., B. E. A. M., "Simulação numérica de radiação sonora através do método de elementos de contorno," http://www.sbmac.org.br /eventos/cnmac/xxxi_cnmac/PDF//133.pdf, 07 2010, 31.

[4] SILVA, S. F., *Interação Dinâmica Barragem-Reservatório: Modelos Analíticos e Numéricos*, Tese (doutorado em estruturas e construção civil), Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, 02 2007.

[5] MAITY, D., "Coupled hydrodynamic response of dam-reservoir systems," *IR (I) Journal*, Vol. 85, No. 1104, 11 2004, pp. 213–2002.

[6] FORTUNA, A. O., *Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos: conceitos básicos e aplicações*, Vol. 30 of *Acadêmica*, Edusp, São Paulo, 1st ed., 06 2000.

[7] SOUSA JUNIOR, L. C., *Uma Aplicação dos Métodos dos Elementos Finitos e Diferenças Finitas Aplicadas à Interação Fluido-Estrutura*, Dissertação (mestrado em estruturas e construção civil), Faculdade de Tec. da Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

[8] BELORTE, B., "Solução Numérica de Sistemas de Equações de Problemas do Tipo Interação Fluido-Estrutura," *XX Encontro Anual de Iniciação Científica - EAIC*, 2011.

[9] MARTOS, S. P., "Modelagem Matemática Aplicada ao Problema de Interação Fluido-Estrutura," *XX Encontro Anual de Iniciação Científica - EAIC*, 2011.